**Physique-Chimie : cahier de vacances**

# Préambules

## Constantes fondamentales

- vitesse de la lumière : $c = 2.,99792458.10^{8}\text{ms}^{-1}$ - électromagnétisme, relativité.
- constante gravitationnelle : $G = 6,67259.10^{-11}\text{m}^{3}\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ - mécanique, relativité.
- constante de Boltzmann : $k_B = 1,380658.10^{-23}\text{JK}^{-1}$ - thermodynamique.

*constante de Boltzmann en électron volts* $8,617385.10^{-5}\text{eVK}^{-1}$

## Constantes universelles

- charge élémentaire : $e = -1,60217653.10^{-19}\text{C}$
- permittivité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\text{kg.m.A}^{-2}.\text{s}^{-2}$ électromagnétisme.
- permittivité diélectrique du vide : $\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 C^2} = 8,854.10^{-12}\text{F/m}$ électromagnétisme.

## Constantes usuelles

- nombre d'Avogadro : $N_A = 6,0221367.10^{23}\text{mol}^{-1}$
- constante de Faraday : $F = N_A.e = 96485,309\text{Cmol} - 1$
- constante des gaz parfaits (dite de Mayer) : $R = N_A k_B = 8,314510\text{Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$

## Quelques grandeurs usuelles

- accélération au niveau du sol $g = 9,80665\text{m.s}^{-2}$
- masse du soleil : $M_S = 1,98843.10^{30}\text{kg}$
- masse de la terre : $M_T = 5,97223.10^{24}\text{kg}$
- rayon de la Terre (équateur) : $6,378164.10^{6}\text{m}$
- distance Terre-Soleil : $1u.a. \equiv 1,4959810^{11}\text{m}$
- volume molaire standard : $V_m = \frac{RT_0}{P^0} = 22,41410\text{Lmol}^{-1}$

***Préliminaires en optique :***

- *définitions exactes de : foyer image, foyer objet, plans focaux, axe optique, grandissement ; centre, distance focale et vergence d'une lentille mince ; système afocal et grossissement.*
- *formule de conjugaison aux foyers.*
- *formule de conjugaison au centre.*
- *les trois formules du grandissement.*
- *principe de fonctionnement d'une lunette astronomique et grossissement dans la configuration afocale.*
- *nature et grandissement grossier de l'image pour un objet réel via une lentille convergente ou divergente.*
- *grandissement d'un ensemble de système ; grossissement d'un ensemble de systèmes afocaux.*
- *pouvoir séparateur limite de l'œil humain*

***Préliminaires en mécanique :***

- *théorème de la quantité de mouvement (PFD)*
- *expression des forces usuelles*
- *théorèmes énergétiques*
- *théorème du moment cinétique*
- *solides en rotation : moment cinétique et énergie cinétique*
- *théorème de Huygens*

*On prendra* $g = 9,81\text{ms}^{-2}$ *comme valeur de l'accélération de la pesanteur.*

***Préliminaires en thermodynamique :***

- *premier et second principe*
- *travail, travail réversible, chaleur, capacités calorifiques*
- *types de transformations : iso-, adiabatiques, mono-*
- *relation de Mayer*
- *relations de Laplace*
- *rendements*
- *diagramme de Clapeyron*

*On notera, quelque soit l'état $X$, $Y_X$ la valeur de toute grandeur d'état $Y$ en l'état $X$. Pour toute grandeur $Y$ intensive, on note $Y_m$ et $y$ les grandeurs molaires et massiques associées. $\theta$ désigne la température en Celsius et $T$ la température en Kelvins. On pourra considérer une mole pour les problèmes où aucun paramètre extensif n'est spécifié.*

*On pourra introduire pour tous les gaz $C_{v,m}$, $C_{p,m}$ et $\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{v,m}}$, avec $C_{v,m} = \frac{3}{2}R$ pour un gaz parfait monoatomique et $C_{v,m} = \frac{5}{2}R$ pour un gaz parfait diatomique.*

*On rappelle que pour un gaz parfait, $S_m(T,V) = c_{v,m}\ln T + R\ln V + \text{Cste}$ et $S_m(T,P) = c_{p,m}\ln T - R\ln P + \text{Cste}$, et que pour un solide $s = c\ln T + \text{Cste}$*

***Préliminaires en électrocinétique continu :***

- *loi des mailles, loi des noeuds, additivité des tensions*
- *loi d'Ohm*
- *caractéristique d'un générateur de tension (idéal et réel)*
- *équivalence à haute et basse fréquence (=régime continu) d'un condensateur et d'une bobine*

***Préliminaires en électrocinétique, régime transitoire :***

- *loi des mailles, loi des noeuds, additivité des tensions*
- *loi d'Ohm*
- *caractéristique d'un générateur de tension (idéal et réel)*
- *caractéristiques d'un condensateur et d'une bobine*
- *conditions de continuité*

*On suppose, sauf mention contraire, dans tous les circuits à interrupteur, que $t = 0$ représente le moment de fermeture de l'interrupteur, et que toutes les grandeurs (tension et intensité dans et à travers les dipôles passifs) sont nulles pour $t < 0$. Pour une grandeur $x$, on note $x(0) = \lim_{t\to 0^+} x$ et $x_\infty = \lim_{t\to+\infty} x$*

***Préliminaires en électrocinétique, régime sinusoïdal forcé :***

- *loi des mailles, loi des noeuds, additivité des tensions*
- *loi d'Ohm*
- *impédances et admittances complexes*
- *puissance en formalisme complexe*

*On suppose, sauf mention contraire, que les générateurs sont sinusoïdaux à une pulsation notée $\omega$. On peut alors passer en formalisme complexe, et on représente alors toute grandeur sinusoïdale $x(t) = X_m\cos(\omega t + \varphi_x)$ par son amplitude complexe $\underline{X}_m = X_m e^{j\varphi_x}$*

***Préliminaires en induction :***

- *actions du champ magnétique sur une ligne de courant*
- *actions du champ magnétique sur un moment magnétique*
- *loi de Faraday (orientation, etc..)*
- *auto-induction et induction mutuelle.*

*Lors de l'introduction de vecteurs unitaires, on considèrera toujours que $\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}$ (cartésiens) est orthonormée directe, ainsi que $\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z}$ (cylindriques). Sauf mention contraire, les champs magnétiques sont supposés uniformes et constants.*

***Préliminaires en chimie des solutions :***

- *quotient de réaction*
- *constante de réaction*
- *approximation usuelles en chimie : totale, limitée ; réactif en large excès.*

*On se place toujours à 25°C, et on pourra toujours prendre $pK_e = 14$. Sauf mention contraire ou indication de leur produit de solubilité, les solides sont supposés infiniment solubles.*

*On utilisera $\frac{RT\ln(10)}{F} = 0,06\text{V}$*

# — Semaine 1 —

*Ne pas oublier de se reporter au préambule*

## Lundi

**I** On considère une masse $m$ suspendue à un ressort de raideur $k = 4,5\text{N/mm}$. Donner la valeur de $m$ pour que la période des oscillations soit de $T_0 = 1\text{s}$

**II** Soit une lentille de distance focale $f' = 15\text{cm}$. Donner la distance à laquelle il faut placer un objet pour en avoir une image réelle de même taille et renversée.

**III** Déterminer $i$ dans le circuit 1

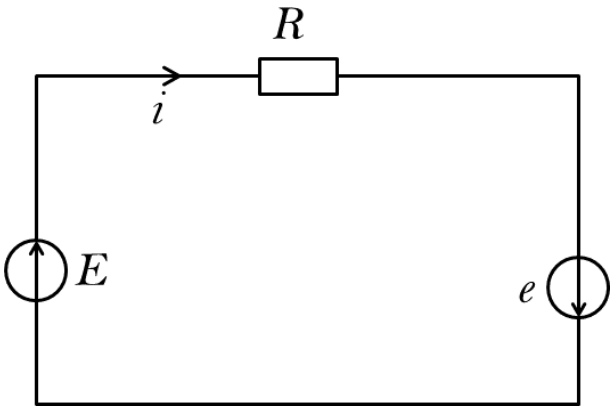


FIGURE 1 –

**IV** On considère la réaction chimique suivante :

$$\text{HSCN}_{(\text{aq})} + \text{NH}_{3,(\text{aq})} \rightleftharpoons \text{SCN}^- + \text{NH}^+_{4,(\text{aq})}$$

On part de $[\text{HSCN}_{(\text{aq})}]_0 = 10^{-1}\text{mol/L}$ et de $[\text{NH}_{3,(\text{aq})}] = 0,05\text{mol/L}$. Donner l'état final. On donne le $pK_A$ $\text{NH}^+_{4,(\text{aq})}|\text{NH}_{3,(\text{aq})} : 8,2$, et on ait que $\text{HSCN}_{(\text{aq})}$ est un acide fort.

**V** Dans le circuit 2, on mesure la tension lorsque le générateur est un générateur créneau. On obtient l'enregistrement de la figure 3. Déterminer la valeur de $C$

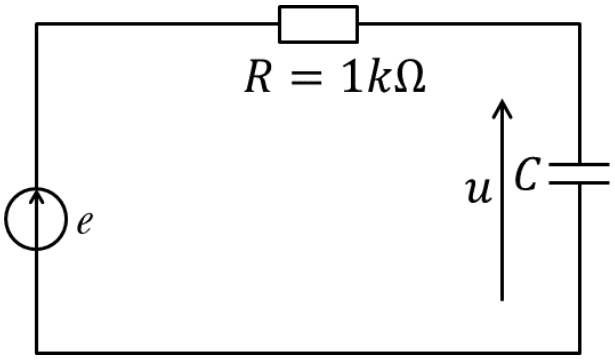


FIGURE 2 –

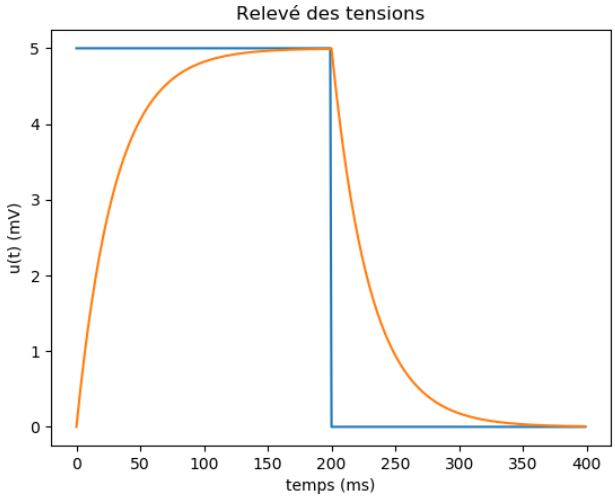
Relevé des tensions
u(t) (mV)
temps (ms)
0
1
2
3
4
5
0
50
100
150
200
250
300
350
400

FIGURE 3 –

# Mardi - S1

**I** Déterminer $i$ dans le circuit 4

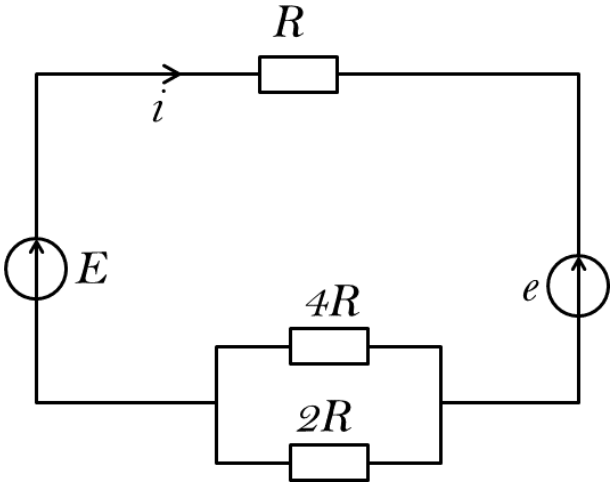


FIGURE 4 –

**II** On envoie depuis le point $O$ au niveau du sol une masse dans le champ gravitationnel supposé uniforme $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{e_z}$ avec une vitesse $\overrightarrow{v}_0$ faisant un angle $\alpha \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ avec l'horizontale . On appelle $I$ le point d'impact sur le sol. Montrer que $OI$ est maximal quand $\alpha = 45°$

**III** Soit une lentille de distance focale $f' = 40$cm. Où se situent image et objet pour que le grandissement vaille $\gamma = -3$ ?

**IV** On connaît le produit de solubilité pour le précipité de phosphate d'aluminium $Al_2(PO_4)_{2,(s)}$ : $K_s = 2,07.10^{-33}$. Dans une solution d'ions aluminiums à $10^{-6}$mol/L, à partir de quelle concentration en ions phosphate a-t-on apparition du précipité ?

**V** On dispose d'une série de signaux à des fréquences $f_i$, toutes séparées par au moins $\Delta f = 100$kHz, donc l'ordre de grandeur est de qq GHz. Quelles doit être le facteur de qualité minimal d'un filtre passe-bande centré en $f_i = 2$GHz pour que $f_{i+1}$ et $f_{i-1}$ soient hors de la bande passante de ce filtre ?

# Mercredi - S1

**I** La réaction entre l'ammoniac et les ions argent mène à la formation d'un complexe $Ag(NH_3)^+_{2,(aq)}$, avec une constante de $10^{3,9}$.

On prépare une solution en mélangeant 25mL de nitrate d'argent à 0,01M et 50mL d'ammoniac à 0,02M. Donner la composition finale de la solution.

**II** On considère deux ressorts longueurs à vide identiques mais de raideurs différentes $k_1$ et $k_2$. Ces deux ressorts sont parallèles et accrochés aux mêmes extrémités, comme indiqué figure 5

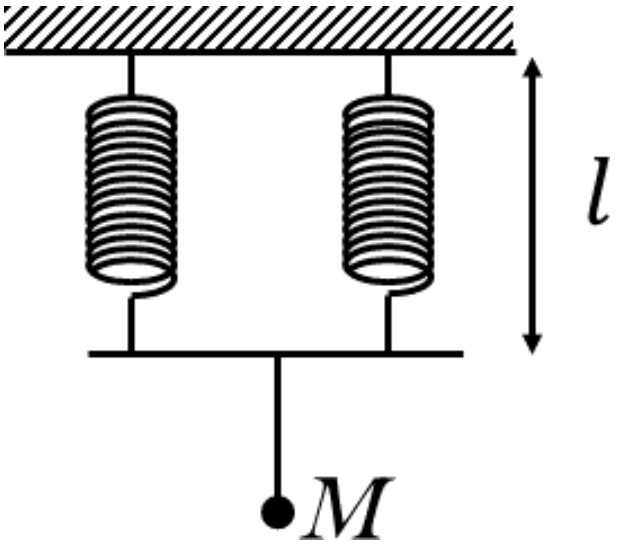


FIGURE 5 –

Montrer, par analyse de la force subie par $M$, que l'ensemble est équivalent à un unique ressort, dont on précisera la longueur à vide $l_{0,e}$ et la raideur $k_e$

**III** Un aimant de moment $\overrightarrow{\mu}$ $0,5\text{A.m}^2$ est placé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}_0$ de 1T, de telle sorte que $\overrightarrow{\mu}$ et $\overrightarrow{B}_0$ soient colinéaire de même sens. Calculer le travail à fournir pour placer le moment magnétique perpendiculairement à $\overrightarrow{B}_0$

**IV** Un gaz parfait à $\theta_A$ =25°C et à $P_A$ = 1bar subit une compression isotherme via un réservoir de pression à $p_{ext}$ = 2bar l'amenant de l'état $A$ à l'état $B$. Déterminer numériquement (pas nécessairement dans cet ordre) :

- les caractéristiques de l'état $B$
- $Q_m$, $W_m$ et $\Delta U_m$
- $\Delta S_m$, $S^e_m$ et $S^c_m$
- à quoi pouvait-on voir sans calcul que la transformation était réversible/irréversible ?

**V** On considère un circuit dont l'équation différentielle s'écrit :

$$L\frac{d^2u}{dt^2} + R\frac{du}{dt} + \frac{u}{C} = -R\omega E\sin(\omega t)$$

Vérifier l'homogénéité de cette équation différentielle et déterminer $\underline{U_m}$.

# Jeudi - S1

**I** Déterminer $i$ et $i'$ dans le circuit 6

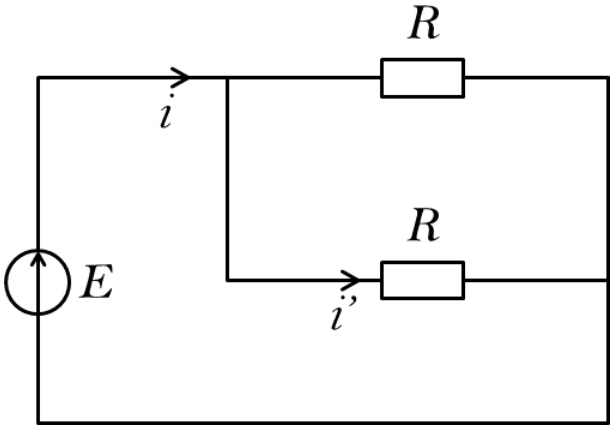


FIGURE 6 –

**II** On met en mouvement de rotation un cylindre autour de son axe de symétrie en enroulant autour une ficelle de longueur $l$, et en tirant dessus avec une force constante $\overrightarrow{F}$ tangente au cylindre (on pourra se souvenir de l'expérience de la roue de vélo, faite en classe). On note $I = \frac{1}{2}Ma^2$ le moment d'inertie du cylindre, $M$ sa masse, $a$ son rayon et $\omega$ sa vitesse de rotation.

**II.1** Exprimer la puissance fournie par la ficelle au cylindre en fonction de $F$, $a$, et $\omega$

**II.2** Faire un bilan des actions mécanique *exhaustif* pour que ce dispositif fonctionne et empêche la translation du cylindre.

**II.3** En appliquant le théorème de la puissance cinétique montrer que $\omega$ croît linéairement avec le temps.

**III** *Question préliminaire :* à quelle distance de la Terre faut-il se trouver pour que la force exercée par le soleil soit 10 fois plus grande que celle exercée par la Terre.

Une sonde, de masse $m = 3,5$t, initialement en orbite autour de la Terre, est envoyée vers Saturne (environ 9,5 u.a. du soleil). Calculer l'énergie à fournir.

**IV** On réalise un cycle de Carnot ABDE réfrigérateur entre $\theta_c$=-90°C et $\theta_f = -150C$. On considère qu'au contact de la source chaude (étape AB) , on passe de la vapeur saturante au liquide saturé, et on note $p_c$ et $p_f$ les pressions de changement d'état à $\theta_c$ et $\theta_f$. On fournit les données suivantes :

$$h_l(\theta_c, p_c) = 259\text{kJ.kg}^{-1} \quad ; \quad h_v(\theta_c, p_c) = 364\text{kJ.kg}^{-1}$$

$$h_l(\theta_f, p_f) = 200\text{kJ.kg}^{-1} \quad ; \quad h_v(\theta_f, p_f) = 346\text{kJ.kg}^{-1}$$

$$s_l(\theta_c, p_c) = 1,38\text{kJ.kg}^{-1}\text{.K}^{-1} \quad ; \quad s_v(\theta_c, p_c) = 1,95\text{kJ.kg}^{-1}\text{.K}^{-1}$$
$$s_l(\theta_f, p_f) = 1,00\text{kJ.kg}^{-1}\text{.K}^{-1} \quad ; \quad s_v(\theta_f, p_f) = 2,18\text{kJ.kg}^{-1}\text{.K}^{-1}$$

**IV.1** Déterminer la fraction molaire de vapeur aux quatre points $x_A$, $x_B$, $x_C$ et $x_D$.

**IV.2** En déduire son efficacité $e$ du cycle. Montrer que l'on retrouve numériquement l'efficacité théorique maximale du réfrigérateur.

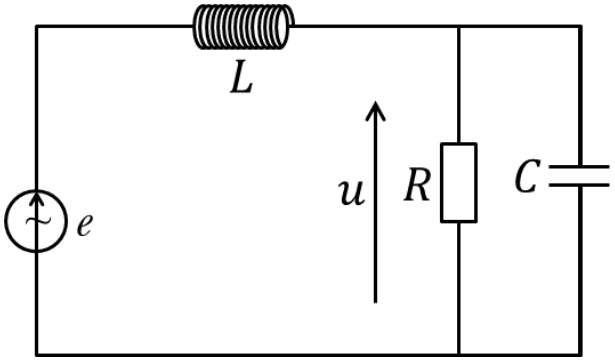


FIGURE 7 –

**IV.3** En réalité, l'étape de refroidissement est une isenthalpique (détente de Joule-Thompson). Déterminer la nouvelle efficacité $e'$. Déterminer également $w_{cycle}$, travail sur le cycle.

**V** On considère le circuit de la figure 7

**V.1** Déterminer sans calculs la nature de ce filtre

**V.2** Déterminer sa fonction de transfert

**V.3** *(MPSI*)*Déterminer la puissance moyenne dissipée aux bornes de la résistance

## Vendredi - S1

**I** Dans le circuit 8, déterminer l'équation différentielle en $u$, puis en déduire celles en $i_R$ et $i_C$. *(MPSI*)* En déduire celle de $i_L$.

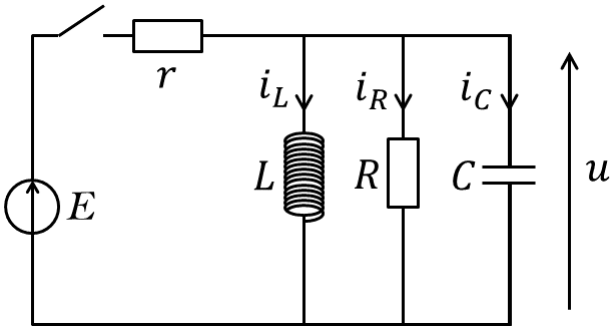


FIGURE 8 –

**II** On définit le taux d'humidité à une température $\theta$ par rapport $\frac{P_{H_2O}}{P_{sat H_2O}(\theta)}$, exprimé en général en pourcentage. On donne le diagramme P-T de l'eau à la figure 9 :

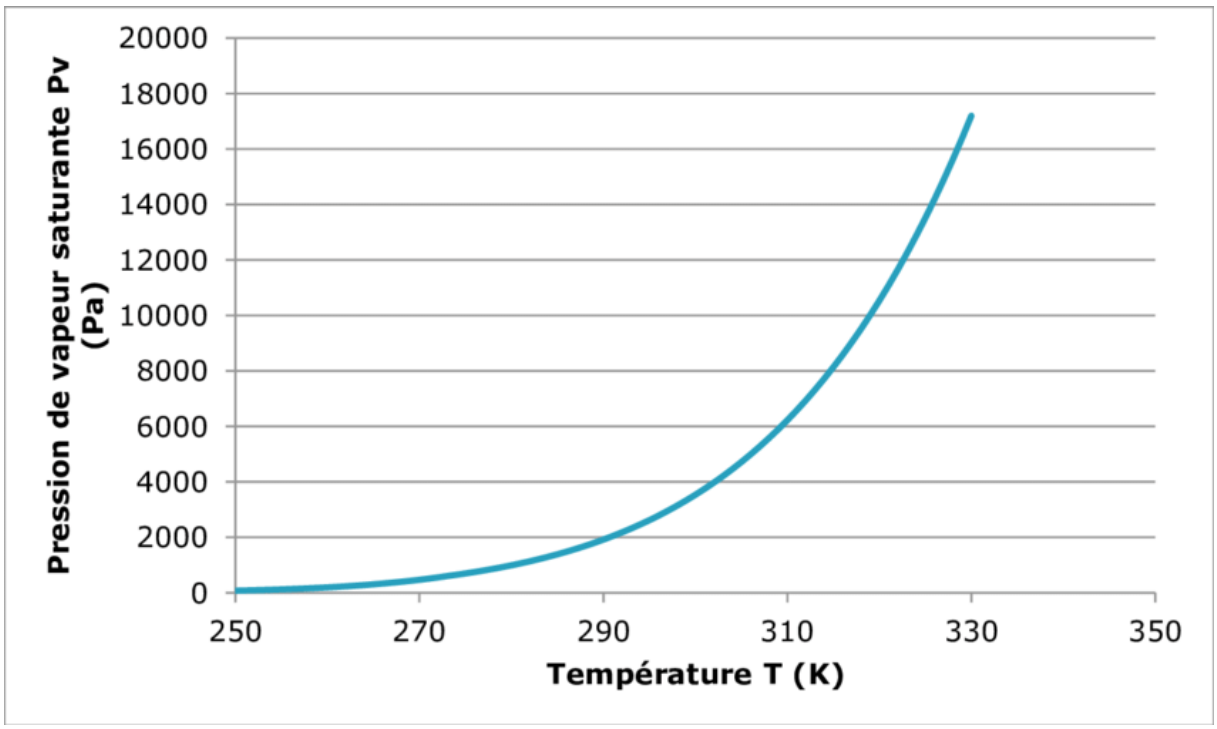


FIGURE 9 –

**II.1** Si on est à 30°C et à 40% d'humidité, que vaut $P_{H_2O}$ ?

**II.2** A cette pression partielle d'eau, en dessous de quelle température l'eau ne s'évapore plus spontanément ?

**III** La solubilité de l'hydroxyde de magnésium est de 9mg/L.

**III.1** Déterminer son produit de solubilité. On donne $M(\text{Mg}) = 23\text{g/mol}$, $M(\text{O}) = 16\text{g/mol}$, $M(\text{H}) = 1\text{g/L}$.

**III.2** En déduire le pH à la saturation

**IV** Le nickel cristallise dans une structure cubique à faces centrées.

**IV.1** Le nickel est présents sous plusieurs isotopes, dont les plus répandus sont $^{58}$Ni (68%), $^{60}$Ni (26%) et$^{62}$Ni (4%). Donner un ordre de grandeur de la masse molaire du nickel.

**IV.2** Déterminer son paramètre de maille $a$ ainsi que son rayon atomique $r$ sachant que sa densité vaut $d = 8,9$

**IV.3** Le fer a un rayon atomique valant $r_{Fe} = 124$pm. Les alliages du nickel appelés ferronickel sont-ils des alliages de substitution ou d'insertion dans les sites existants ?

**V** *Le fameux problème à la c... de la poursuite* On considère trois mouches situées initialement aux sommets d'un triangle équilatéral de centre $O$. On note $M_i$ la position de la mouche $i$ à un instant $i$, et $\overrightarrow{v}_i$ sa vitesse. A tout instant, $\forall i, v_i = v_0$, et chaque mouche vise la suivante, i.e. $\overrightarrow{v}_i // (M_i M_{i+1})$ $(M_4 = M_1)$.

On justifie par des arguments de symétrie qu'à tout instant $M_1M_2M_3$ sera équilatéral de centre $O$. On désigne alors par $r = OM_1 = OM_2 = OM_3$ et on appelle $\theta$ l'angle $(\overrightarrow{OM_i(0)}, \overrightarrow{OM_i(t)})$. On utilise pour chaque point $\overrightarrow{e_{r,i}}$ et $\overrightarrow{e}_{\theta,i}$

**V.1** Montrer par projection que $\dot{r} = -v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$ et que $r\dot{\theta} = \frac{v_0}{2}$

**V.2** En déduire l'expression de $r$, puis celle de $\theta$, si initialement $\theta(0) = 0$ et $r(0) = a$

# — Semaine 2 —

*Ne pas oublier de se reporter au préambule*

## Lundi

**I** Dans le circuit de la figure 10, on trouve le diagramme de Bode de la figure 11. Sachant que $r = 5\text{k}\Omega$, déterminer $R$ et $C$

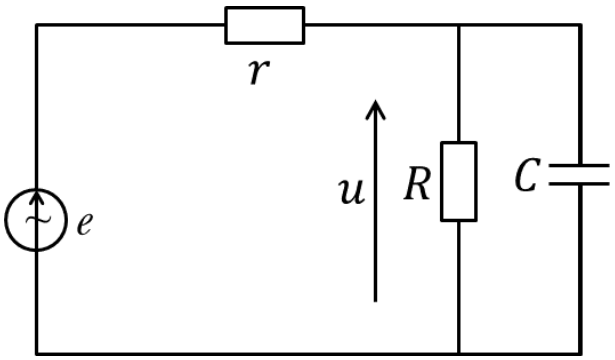


FIGURE 10 –

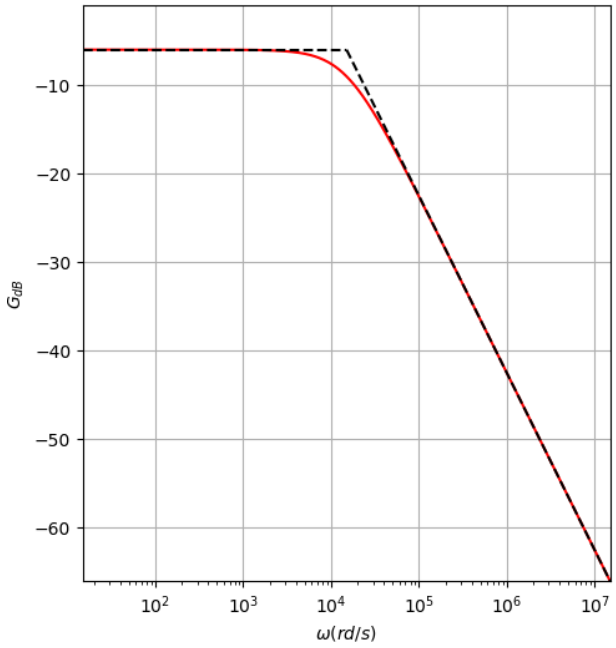


FIGURE 11 –

**II** Un gaz parfait diatomique à $\theta_A = 70C$ et $P_A = 5\text{bar}$ subit une transformation adiabatique monobare l'amenant à $P_B = 1\text{bar}$. Déterminer numériquement (pas nécessairement dans cet ordre) :

- les caractéristiques de l'état $B$
- $Q_m$, $W_m$ et $\Delta U_m$
- $\Delta S_m$, $S_m^e$ et $S_m^c$
- à quoi pouvait-on voir sans calcul que la transformation était réversible/irréversible ?

**III** Soit une lentille de vergence $-4\delta$. Où se situent image et objet pour que le grandissement vaille $\gamma = \frac{1}{2}$ ?

**IV** Expliquer pourquoi deux planètes du système solaire ne peuvent pas rester alignées avec le soleil.

**V** Déterminer $i$ dans le circuit 12

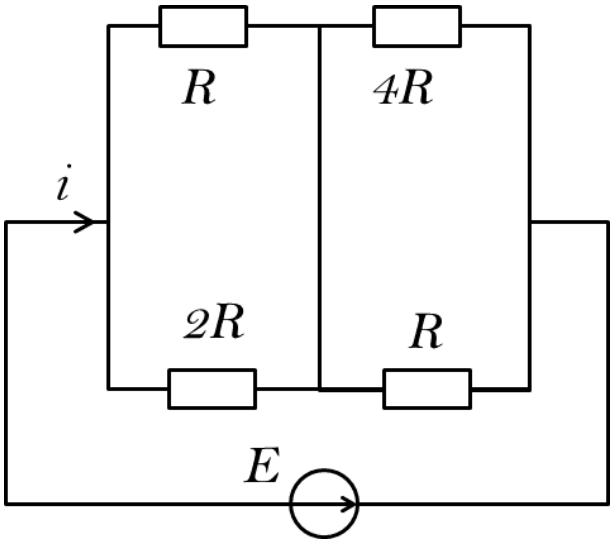


FIGURE 12 –

# Mardi - S2

**I** On considère deux lentilles $L_1$ et $L_2$ avec $f'_1 = 15\text{cm}$ et $f'_2 = 5\text{cm}$, de centre $O_1$ et $O_2$, placées de telle sorte que leurs foyers images $F'_1$ et $F'_2$ soient confondus et qu'elles aient le même axe optique. Donner la valeur de $\overline{O_1F'}$, où $F'$ est le foyer image de l'ensemble $L_1 \bigcup L_2$

**II** Dans le circuit 13, on bascule l'interrupteur à $t = 0$, ayant $i(0^-) = 0$. On constate qu'au bout de $300\mu\text{s}$, on a $u = 7,6\text{V}$. Déterminer $L$.

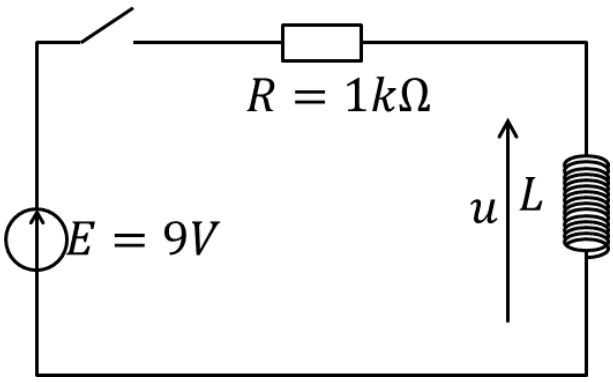


FIGURE 13 –

**III** On envoie depuis le point $O$ au niveau du sol une masse dans le champ gravitationnel supposé uniforme $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{e_z}$ avec une vitesse $\overrightarrow{v}_0$ faisant un angle $\alpha \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ avec l'horizontale repérée par $\overrightarrow{e_x}$.

**III.1** Donner la valeur maximale possible de $z$, notée $h$, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique.

**III.2** Exprimer $z$ en fonction de $x$, puis montrer que l'on ne peut atteindre un point de coordonnées $(x_0, z_0)$ (avec $x_0$ et $z_0$ positifs) que si $z_0 < h - \frac{x_0^2}{4h}$ ; justifier le nom de *parabole de sûreté* donnée à cette condition.

**IV** On considère une spire circulaire de centre $O$ et d'axe $(O, \overrightarrow{e_z})$, parcourue par un courant $I$. On appelle $\overrightarrow{B} : P \mapsto \overrightarrow{B}(P)$ le champ magnétique généré par cette spire ($P$ désigne un point quelconque de l'espace).

**IV.1** Soit un diamètre particulier $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ le plan contenant $\mathcal{D}$ et $\overrightarrow{e_z}$. Pourquoi $\overrightarrow{B}(P)$ est nécessairement dans $\mathcal{P}$ en tout point $P$ de $\mathcal{P}$ ?

**IV.2** Soit $\mathcal{S}$ le plan contenant la spire. Dans quelle direction est le champ en tout point $P$ de $\mathcal{S}$ ?

**IV.3** Déduire de la première question la direction de $\overrightarrow{B}(P)$ en tout point $P$ de l'axe $(O, \overrightarrow{e_z})$

**V** On chauffe une casserole d'eau via une plaque à induction de puissance 6kW à partir de $\theta_0 = 20°\text{C}$. Donner :

- l'évolution de la température entre $\theta_0$ et $\theta_e = 100°\text{C}$
- la variation de la masse d'eau à partir de $\theta_e$ (on suppose $p_{\text{H}_2\text{O}} = 1\text{bar}$, ce qui est faux mais simplifie le problème)

On donne $c_e = 4,18\text{J/K/g}$ et $l_{vap}(\theta_e) = 2,26\text{MJ/kg}$, et on pourra faire les applications numériques pour 1L d'eau.

# Mercredi - S2

**I** Une spire circulaire de rayon $a = 2\text{cm}$, de résistance $5\Omega$, plongée dans un champ uniforme et constant $\overrightarrow{B}_0 = B_0\overrightarrow{e_x}$, avec $B_0 = 10^{-2}\text{T}$, est mise en rotation autour d'un de ses diamètres orienté selon $\overrightarrow{e_z}$.

On mesure l'intensité qui circule dans la spire, et on trouve une amplitude de $I_m = 3,5\text{mA}$. En déduire la fréquence de rotation de la spire.

**II** Un gaz parfait monoatomique subit un refroidissement isobare à $P^0 = 1\text{atm}$ le faisant passer de $V_{m,A} = 1\text{L/mol}$ à $V_{m,B} = 0,3\text{L/mol}$. Déterminer numériquement (pas nécessairement dans cet ordre) :

- les températures des états $A$ et $B$
- $Q_m$, $W_m$ et $\Delta U_m$
- $T^{ext}$, $\Delta S_m$, $S_m^e$ et $S_m^c$ si cette transformation se fait de façon monotherme à $T^{ext}$
- *(MPSI*)*On revient de façon monotherme à $T^{ext,2}$ à l'état initial. Déterminer $T^{ext,2}$, $\Delta S_m$, $S_m^e$ et $S_m^c$

**III** Dans le circuit 14, déterminer $u(t)$ si $R = 10\text{k}\Omega$, $r = 50\Omega$, $L = 30\text{mH}$ et $C = 2\mu\text{F}$

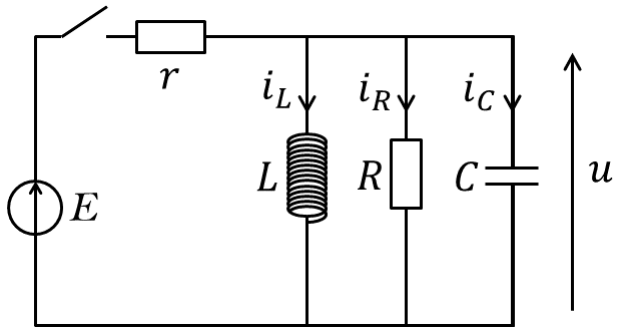


FIGURE 14 –

**IV** On réalise un pendule pesant en accrochant un cylindre le long d'une de ses tangentes, comme représenté figure 15. On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre autour de son axe de symétrie vaut $I_\Delta = \frac{1}{2}mR^2$, où $m$ est sa masse totale et $R$ son rayon.

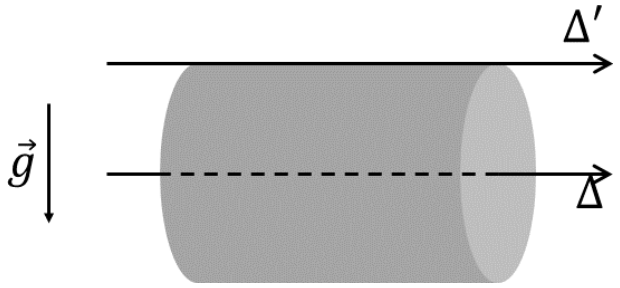


FIGURE 15 –

**IV.1** Trouver la période $T_0$ des petites oscillations autour de l'équilibre, en deux méthodes :

- théorème du moment cinétique
- théorème de l'énergie mécanique

**IV.2** Si le cylindre est en aluminium de masse volumique $\rho = 2,7\text{g/cm}^3$, quel doit être son rayon pour que $T_0 = 5\text{s}$

**V** On observe un objet réel de 10cm via une lentille de distance focale $f'$, située à 40cm de l'objet. L'image est alors réelle de taille 5cm. En déduire la distance focale de la lentille, et la distance entre la lentille et l'image.

# Jeudi - S2

**I** La comète C/2020 F3 (Neowise) a une orbite elliptique très excentrée avec un demi-grand axe $a = 544$u.a. et d'excentricité $e = 0.99921$. On rappelle que l'aire d'une ellipse vaut $A = \pi a^2\sqrt{1-e^2}$.

Déterminer sa période, puis le moment cinétique massique $l_s = \frac{L_s}{m}$ de la comète, et enfin sa vitesse au périhélie ($d_p = 0.29478$u.a.)

**II** Trois litres d'eau en équilibre à $P_S = 1$atm avec sa vapeur voient 45% de leur masse s'évaporer. On donne $l_{vap}(\theta_e) = 2,26$MJ/kg :

Déterminer numériquement $Q$, ainsi que $W$, $\Delta H$, $\Delta U$ et $\Delta S$

**III** On considère un filtre dont le diagramme de Bode est donné figure 16

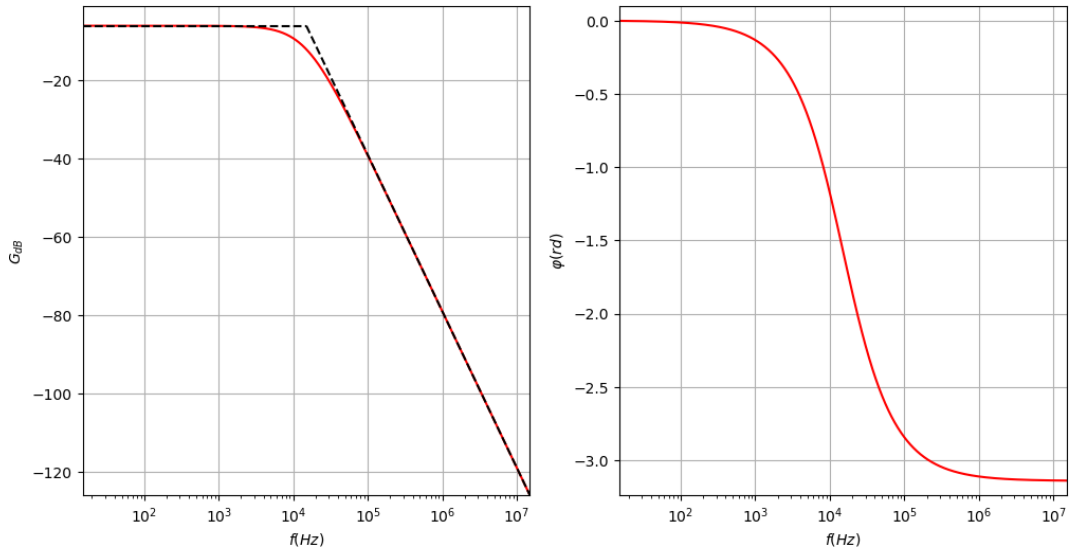


FIGURE 16 –

On injecte dans ce filtre un signal $e(t) = E_1\cos(2\pi f_1 t) + E_2\cos(2\pi f_2 t)$, avec $E_1 = E_2 = 5V$, $f_1 = 3$kHz et $f_2 = 50$kHz. Donner l'expression de $s(t)$

**IV** Donner la valeur du temps caractéristique du circuit en figure 17 si toutes les résistances sont égales et valent 5kΩ et $L = 15$mH.

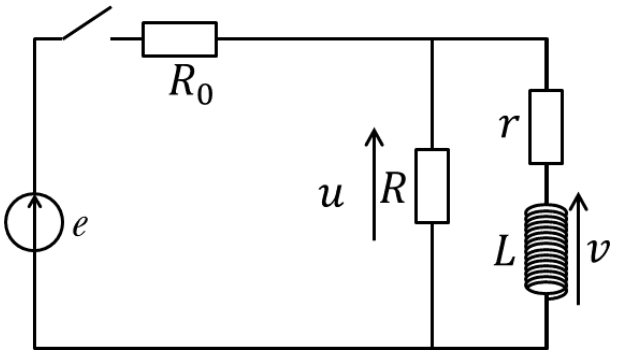


FIGURE 17 –

**V** On construit un oculaire avec deux lentilles identiques $L_1$ et $L_2$ de focales $f_1' = f_2' = 3$cm et distantes de $\overline{O_1O_2}$ =2cm. Déterminer la position du foyer objet $F$ de $L_1 \bigcup L_2$.

On place alors un objet de taille $d$ dans le plan focal objet de $L_1 \bigcup L_2$. Déterminer l'angle sous lequel est vu l'objet.

# Vendredi - S2

**I** On mesure le comportement aux bornes d'un dipôle et on obtient la tension $u$ en figure 18

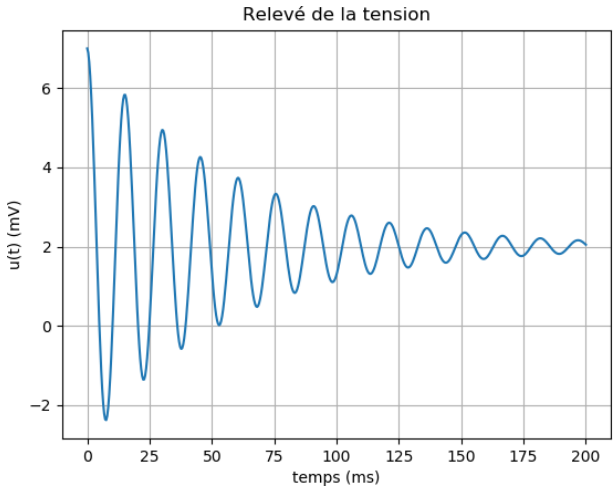


FIGURE 18 –

**I.1** Déterminer la pseudo-période $T$

On définit le décrément logarithmique par $\delta = \ln \frac{u(t)-u_\infty}{u(t+T)-u_\infty}$, où $u_\infty = lim_{t\to+\infty} u$

**I.2** On note $Q$ le facteur de qualité. Redémontrer que si $Q$ est assez grand, alors $\delta = \frac{\pi}{Q}$. En déduire la valeur de $Q$

**II** On considère deux ressorts de raideurs différentes $k_1$ et $k_2$ et de longueurs à vide différentes $l_{0,1}$ et $l_{0,2}$. Le ressort 1 est accroché au bâti et le ressort 2 à l'autre extrémité du ressort 1, notée A, **considéré comme un point de masse nulle**. Au bout du ressort 2 est accroché une masse $M$, comme indiqué figure 19

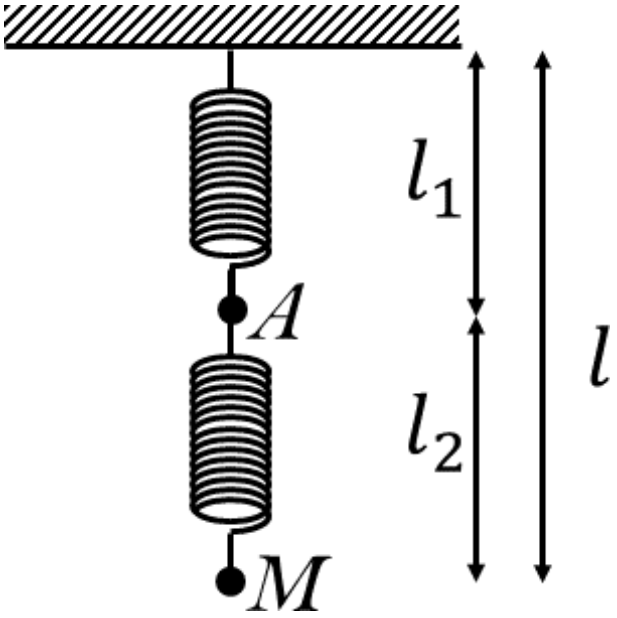


FIGURE 19 –

Montrer, par analyse de la force subie par $M$ et de la force subie par $A$, que l'ensemble est équivalent à un unique ressort, dont on précisera la longueur à vide $l_{0,e}$ et la raideur $k_e$

**III** Un gaz parfait diatomique à $\theta_A = -30C$ et $P_A = 5$bar subit une transformation isobare monotherme l'amenant à $\theta_B = 15$°C. Déterminer numériquement (pas nécessairement dans cet ordre) :

- les caractéristiques de l'état $B$
- $Q_m$, $W_m$ et $\Delta U_m$
- $\Delta S_m$, $S_m^e$ et $S_m^c$
- à quoi pouvait-on voir sans calcul que la transformation était réversible/irréversible ?

**IV** L'aluminium III $Al^{3+}$ peut former un précipité d'hydroxyde d'aluminium et un complexe $Al(OH)^-_{4,(aq)}$.

**IV.1** Dans une solution à 0,1M d'ions aluminium, on constate que le précipité apparaît à un pH de 3,6. Déterminer la formule brute et le produit de solubilité de l'hydroxyde d'aluminium III.

**IV.2** *(MPSI*)*Le précipité disparaît au profit du complexe à pH=12,5. En déduire la constante de la réaction $Al^{3+}_{(aq)} + 4OH^-_{(aq)} + \rightarrow Al(OH)^-_{4,(aq)}$

**V** Etude rapide d'une voiture

On étudie une voiture selon le modèle mécanique suivant, repris sur la figure 20 : on distingue uniquement *la paire de roues avants*, motrice et *la paire de roues arrières*, non motrice, qui sont supposées solidaires et ayant le même mouvement (ceci est faux en pratique, mais acceptable dans le cadre de notre étude). On rappelle alors que, pour chaque point $P_i$ de la roue $i$, on a :

$$\overrightarrow{v}_{P_i} = \overrightarrow{v} - \overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{O_iP_i}$$

où $\overrightarrow{\Omega}$ est le vecteur rotation constant commun aux deux roues, de rayon $R$, et $\overrightarrow{v}$ la vitesse de translation de la voiture, avec $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v_{O_1}} = \overrightarrow{v_{O_2}}$

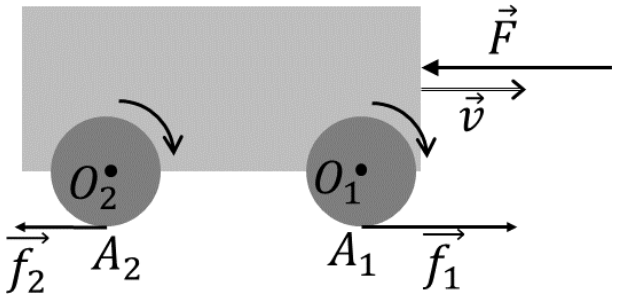


FIGURE 20 –

On suppose dans toute l'étude que la voiture roule à une vitesse constante, et qu'elle est soumise à une force de frottement $\overrightarrow{F}$ constante. Chacune des roues est soumise :

- à l'action de la route $\overrightarrow{f}_i$. $\overrightarrow{f}_2$ est nécessairement vers l'arrière mais $\overrightarrow{f}_1$ peut être vers l'arrière (roue libre) ou vers l'avant (roue motrice).
- à un couple de rotation, $\overrightarrow{\Gamma}_2$ de frottement pour la roue arrière, $\overrightarrow{\Gamma}_1$ pour la roue motrice qui peut être de frottement (entraînement du moteur à vide) ou moteur (quand le moteur entraîne les roues)

On désigne par $R$ le référentiel de la route, et par $R_v$ le référentiel de la voiture, supposés tous deux galiléens.

**V.1** Relier $\overrightarrow{F}$, $\overrightarrow{f}_1$ et $\overrightarrow{f}_2$

**V.2** En examinant comme système la roue $i$, relier $\overrightarrow{\Gamma}_i$ à $\overrightarrow{f}_i$

**V.3** Expliquer pourquoi, si la voiture ne dérape pas, $\overrightarrow{v}_{A_i} = \overrightarrow{0}$ dans le référentiel de la route, et en déduire que $\Omega R = v_O$.

**V.4** En déduire l'affirmation contre-intuitive suivante : "$\overrightarrow{f}_1$ fait avancer la voiture mais $\overrightarrow{f}_1$ ne travaille pas"

**V.5** Effectuer un bilan de puissance et retrouver ce qui travaille dans cette histoire...

**V.6** *(MPSI*)*On se place dans le référentiel $R_v$. Montrer de deux façons différentes que cette fois $\overrightarrow{f}_1$ travaille (ceci est un résultat de MP : la puissance, le travail et l'énergie cinétique dépendent *a priori* du référentiel. Ceci n'est pas vrai de l'énergie potentielle, et donc des forces conservatives.)

# — Semaine 3 —

*Ne pas oublier de se reporter au préambule*

## Lundi

**I** Un gaz parfait subit une détente adiabatique réversible de $P_A = 0,3\text{bar}$ à $P_B = 0,9\text{bar}$, avec $V_{A,m} = 50\text{L}$. Déterminer numériquement (pas nécessairement dans cet ordre) :

- les caractéristiques de l'état $B$ et la température de l'état $A$
- $Q_m$, $W_m$ et $\Delta U_m$
- $\Delta S_m$, $S_m^e$ et $S_m^c$

**II** Dans un circuit RLC série, où $R = 500\Omega$, donner les valeurs de $L$ et de $C$ qu'il faut pour avoir une fréquence propre de 10kHz et un facteur de qualité de 8.

**III** Un solide est posé sur un plan incliné faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale. On peut régler $\alpha$, et on constate que le solide commence à glisser dès que $\alpha > 35°$. Déterminer le coefficient de frottement statique entre le solide et le plan.

**IV** Une dynamo de vélo est capable de générer une tension alternative (supposée sinusoïdale) de 12V à 20km/h. La dynamo est entraînée par la roue via une molette crantée de 1cm de rayon.

**IV.1** Déterminer le rapport $\frac{\omega}{\omega_R}$ entre la pulsation de rotation de la dynamo et celle de la roue pour des roues de diamètre 26", avec 1"=2,54cm (on supposera que la dynamo est à l'extrémité de la roue).

**IV.2** Donner l'amplitude du flux d'induction à l'intérieur de la dynamo $\Phi_0$.

**V** *(Sans calculatrice)* Déterminer $U$ dans le circuit 21

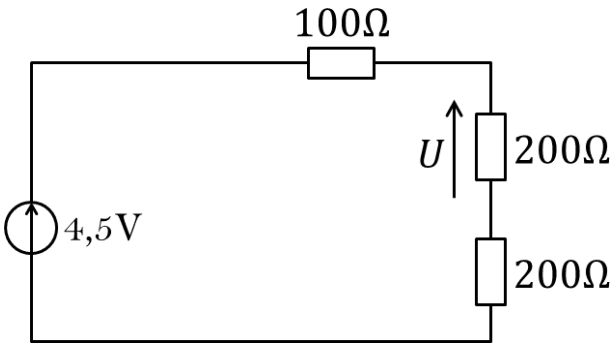


FIGURE 21 –

# Mardi - S3

**I** On considère volume d'eau dans une seringue hermétique à $\theta_0 = 20°C$, en équilibre avec l'air contenu dans la seringue et occupant un volume $1mm^3$. On donne la pression de vapeur saturante de l'eau à cette température $P_S(\theta_0) = 2,4.10^{-2}bar$.

**I.1** Déterminer la pression partielle de l'eau. Est-il légitime de considérer que la pression totale $P_0$ n'a pas beaucoup changé entre la fermeture de la seringue et l'équilibre ?

**I.2** On augmente le volume de l'air jusqu'à $20mm^3$, en maintenant l'ensemble à $\theta_0$. Déterminer :

- les pressions partielles de l'eau et de l'air
- la variation de quantité d'eau liquide

**II** Donner la résistance totale de 35m d'un fil de cuivre de section $2,5mm^2$. On donne $\sigma_{Cu} = 59,6.10^3 kSm^{-1}$

**III** Albiréo est une étoile apparemment double située dans la constellation du Cygne. Si on l'observe avec une lunette astronomique d'objectif 900mm, les centres des images de chacune des deux étoiles sont séparés de $148\mu m$. En déduire la distance angulaire en secondes d'arc entre les deux étoiles, ainsi que la distance angulaire observée si on utilise un oculaire de 10mm. Cet oculaire suffit-il à séparer les deux étoiles pour un observateur humain ?

**IV** Déterminer la tension avec laquelle on doit accélérer un ion $Ca^{2+}$ ($M(Ca) = 40g/mol$) pour qu'il atteigne une vitesse de $C/20$. Où se trouve le potentiel le plus haut, au départ ou à l'arrivée ?

**V** Soit un filtre dont le diagramme de Bode est donné figure 22. Déterminer la nature du filtre, la valeur du facteur da qualité et celle de la pulsation de résonance.

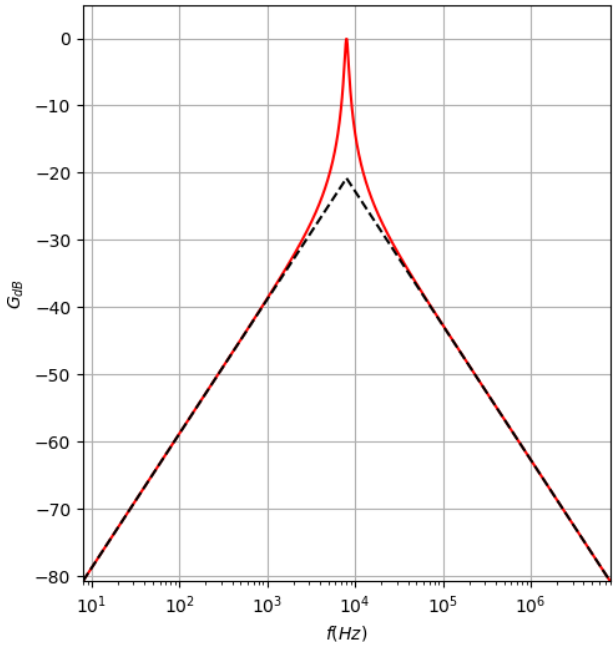


FIGURE 22 –

# Mercredi - S3

**I** Le rayon atomique du sodium est de 0,190 nm et sa masse molaire de 23 grammes par mole, il cristallise dans une structure cc, cubique centrée, que l'on peut décrire ainsi : il y a un atome à chaque sommet du cube et un au centre. En déduire sa densité.

**II** L'ISS orbite à 408km d'altitude autour de la Terre.

**II.1** En déduire sa période et sa vitesse

**II.2** *(MPSI*)*En déduire la durée maximale de visibilité lors d'un passage de l'ISS au-dessus d'un observateur situé à la surface de la Terre.

**III** On considère le circuit de la figure 24

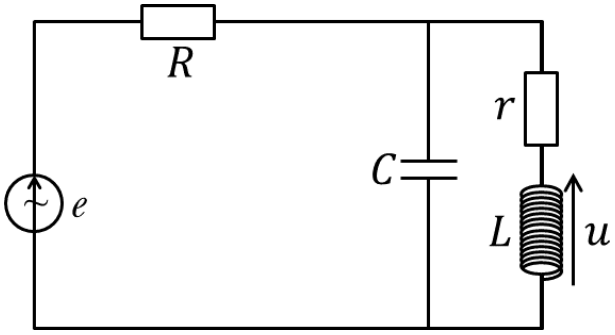


FIGURE 23 –

**III.1** Déterminer sans calculs la nature de ce filtre

**III.2** Déterminer sa fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{u}}{\underline{e}}$

**IV** *Petit exercice de géométrie* On appelle *période synodique d'un astre* la durée qui s'écoule entre deux alignements Soleil-Terre-astre. Si on appelle $T_T$ la période de révolution de la Terre, et $T_A$ celle de l'astre concerné, déterminer la période synodique $T_S$ en fonction de $T_T$ et de $T_A$.

**V** On considère la réaction de décomposition du protoxyde d'azote $N_2O_{(g)}$ selon la réaction :

$$N_2O_{(g)} \rightleftharpoons N_{2,(g)} + \frac{1}{2}O_{2,(g)}$$

A l'instant initial, on introduit dans un réacteur thermostaté de volume constant $V$ une quantité $n_1$ de protoxyde d'azote à la pression initiale $P_1$. On mesure l'évolution de la pression totale $P(t)$ en fonction du temps :

| $t$(s) | 0 | 25 | 45 | 90 |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{P(t)}{P_1}$ | 1,000 | 1,120 | 1,196 | 1,314 |

**V.1** Montrer que si l'on suppose un ordre 1 par rapport au protoxyde d'azote, avec $k$ la constante de vitesse, alors on a :

$$\frac{dP}{dt} = -k\left(P - \frac{3}{2}P_1\right)$$

**V.2** Déterminer en utilisant les données du tableau et une interpolation linéaire bien choisie la valeur de $k$.

# Jeudi - S3

**I** On souhaite projeter un transit de mercure sur une feuille de papier à l'aide d'une lentille convergente. Quelle focale faut-il utiliser si l'on souhaite que l'image de Mercure (diamètre angulaire 13") fasse 5mm ? Quelle sera alors la taille de l'image du soleil ?

**II** On fait tourner une balle de masse $M$ au bout d'une ficelle de longueur $l = 50$cm (comme une fronde), dans un plan vertical. On note $O$ l'autre extrémité de la ficelle, point supposé fixe. Donner la vitesse minimale de rotation $\Omega$ pour que la ficelle reste tendue sur l'intégralité de la trajectoire.

**III** On considère le circuit de la figure 24. On obtient par analyse le diagramme de Bode figure 25

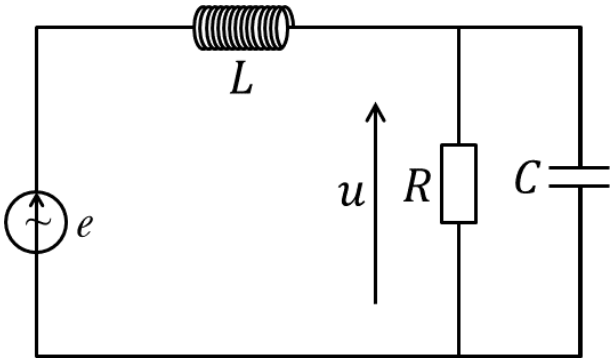


FIGURE 24 –

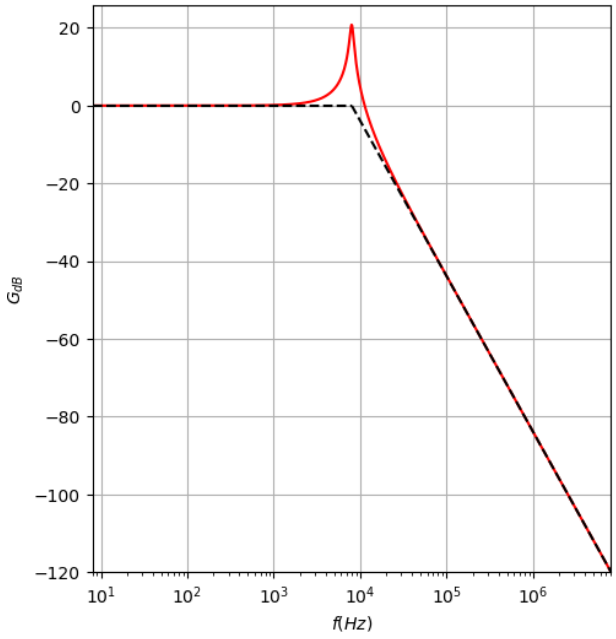


FIGURE 25 –

On sait que $C = 100$nF. En déduire les valeurs de $L$ et de $R$.

**IV** On trouve sur le web le protocole suivant :

***Matériel :*** *Thermomètre, cylindre gradué, balance, verre de polystyrène, calorimètre, plaque chauffante, béchers, solide de cuivre, eau distillée, etc.*

***Manipulations :***

1. *Chauffer de l'eau du robinet dans un bécher à environ 80 °C.*

2. *Peser le solide de cuivre.*
3. *Mettre* $V_e = 100\text{mL}$ *d'eau distillée dans un verre de polystyrène.*
4. *Placer le verre de polystyrène dans un calorimètre.*
5. *Noter la température de l'eau du verre de polystyrène,* $\theta_e$.
6. *Immerger le solide de cuivre dans l'eau chaude (environ 80°C) pendant au moins 3 minutes. Noter la température* $\theta_i$ *de l'eau.*
7. *Insérer immédiatement après le solide de cuivre dans le verre de polystyrène et fermer le calorimètre.*
8. *Attendre et noter la température maximale* $\theta_f$ *atteinte par l'eau contenue dans le verre de polystyrène.*

*On trouve les résultats suivants :* $m_{Cu} = 73,28\text{g}$, $\theta_e = 20,5\,^\circ C$, $\theta_i = 62\,^\circ C$, $\theta_f = 23,5\,^\circ C$.
Déterminer $c_{Cu}$, puis justifier chaque choix du protocole.

**V** On considère la réaction suivante :

$$2CH_3CH_2OH + O_2 \rightleftharpoons 2CH_3CHO + 2H_2O$$

Justifier qu'il s'agit d'une réaction d'oxydoréduction, ainsi que l'élément qui est oxydé et celui qui est réduit.

# Vendredi - S3

**I** Oumuamua est le premier objet extra-solaire détecté : on a mesuré à son périhélie $r_p = 0,25441 \pm 0,00050$u.a. sa vitesse $v_p = 87,4$km/s

Expliquer pourquoi ces données permettent de déduire que cet objet provient de l'extérieur du système solaire.

**II** Déterminer, dans le circuit 26, les amplitudes de $u$ et $v$ à haute et basse fréquence (on note $E$ l'amplitude de $e$, sinusoïdale)

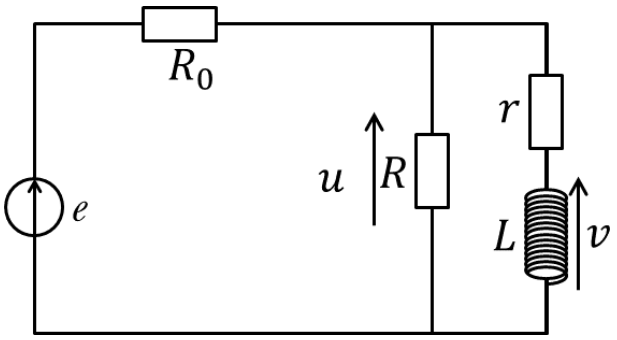


FIGURE 26 –

**III** On considère un aimant droit de moment magnétique $\overrightarrow{\mu} = 0,2\text{A.m}^2$ pouvant tourner autour d'un axe vertical $\overrightarrow{e_z}$, de telle sorte que $\mu$ soit astreint via une liaison pivot parfaite à rester dans le plan $\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}$. On note $\theta$ l'angle $(\overrightarrow{e_x}, \mu)$. Cet aimant est placé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{e_y}$ et est soumis à un couple de rappel $\overrightarrow{\Gamma} = -C\theta\overrightarrow{e_z}$, avec $C = 10^{-4}$N.m.

A l'équilibre, l'aimant est à une position $\theta_e = 26°$.

**III.1** Déterminer la valeur de $B_0$.

**III.2** On mesure la période d'oscillation dans le cadre des petits mouvements autour de l'équilibre, et on trouve 2s. En déduire le moment d'inertie $I_z$ de l'aimant.

**IV** *(MPSI*)*On considère un train constitué d'une locomotive et de $n$ wagons identiques, horizontal et ayant une accélération $\overrightarrow{a}$, comme schématisé figure 27.

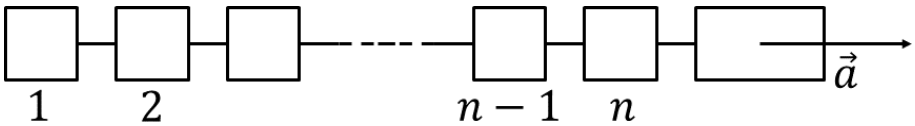


FIGURE 27 –

Déterminer la force que doit exercer la locomotive sur l'ensemble des wagons (on pourra se demander quelle est la force exercée par le wagon $i$ sur le wagon $i-1$.

**V** On trouve dans la littérature l'évolution de la capacité calorifique massique $c$ du cuivre en fonction de la température (figure 28)

**V.1** Donner une équation grossière de l'évolution de $c$ en fonction de $T$ entre 400K et 1200K

**V.2** En déduire la chaleur nécessaire pour faire passer 3g de cuivre de 450°C à 850°C.

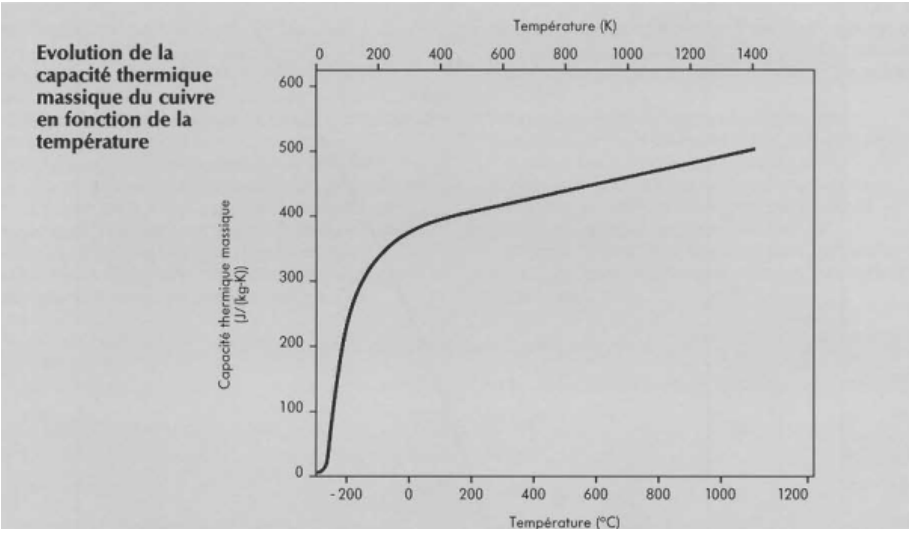
Evolution de la capacité thermique massique du cuivre en fonction de la température
Température (K)
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
600
500
400
300
200
100
0
Capacité thermique massique (J/(kg·K))
-200
0
200
400
600
800
1000
1200
Température (°C)

FIGURE 28 –

# — Semaine 4 —

*Ne pas oublier de se reporter au préambule*

## Lundi

**I** Donner la puissance totale fournie par le générateur dans le circuit 29

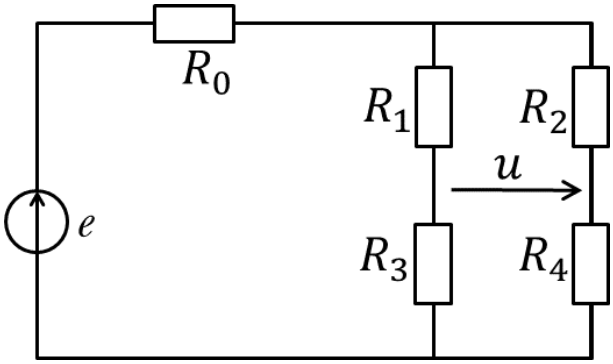


FIGURE 29 –

**II** On donne les deux couples suivants : $MnO^-_{4,(aq)}|Mn^{2+}_{(aq)}$ ($E^0_1 = 1,5V$) et $Pb^{2+}_{(aq)}|Pb_{(s)}$ ($E^0_2 = -0,13V$). Donner l'équation bilan de la réaction entre $MnO^-_{4,(aq)}$ et $Pb_{(s)}$, ainsi que la constante de cette réaction.

**III** Un gaz parfait subit une détente de Joule-Thomson à $T = 300K$ de $p_1 = 3bar$ à $p_2 = 1bar$. Déterminer le travail molaire reçu durant cette transformation.

**IV** On considère un filtre dont le diagramme de Bode est donné figure 30

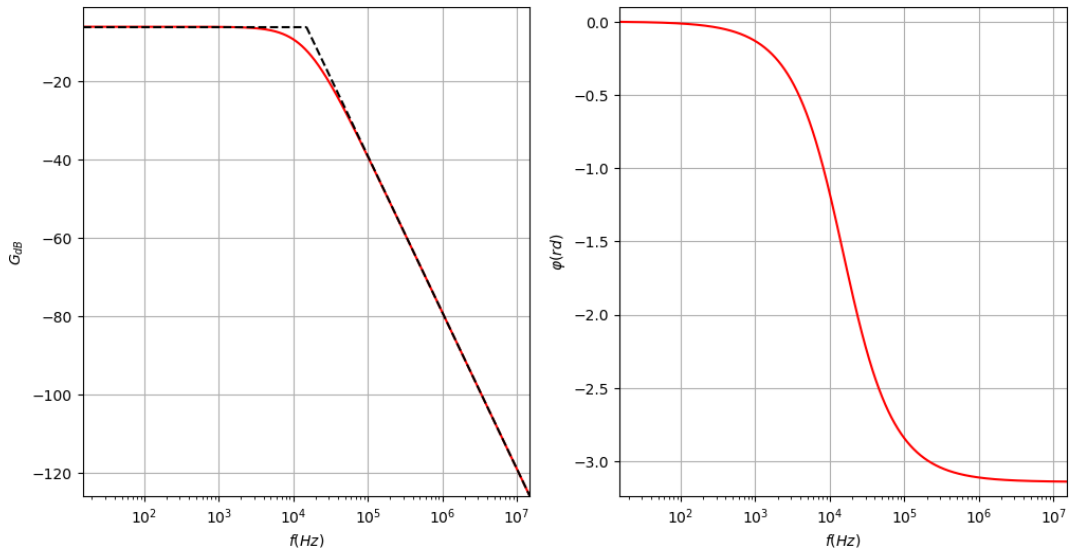


FIGURE 30 –

Quelle opération subit un signal $e$ en entrée de fréquence 100kHz et de valeur moyenne nulle ? Comment cette opération est changée si le signal a une valeur moyenne non nulle $E_0$ ?

**V** Mizar, ou Zeta Ursae Majoris, est un système double télescopique (i.e. deux étoiles dont le caractère double ne peut être distingué qu'au télescope, par opposition aux étoiles doubles visuelles.) située à 78 années-lumière de la Terre, les étoiles étant séparées de 380 u.a. (1u.a.=8,317 minute lumière). Quel grossissement minimal faut-il avoir pour pouvoir séparer les deux étoiles ?

# Mardi - S4

**I** On considère le circuit de la figure 31

**I.1** Montrer que l'amplitude de $u$ est nulle pour toute amplitude de $e$ ssi $R_1R_4 = R_2R_3$

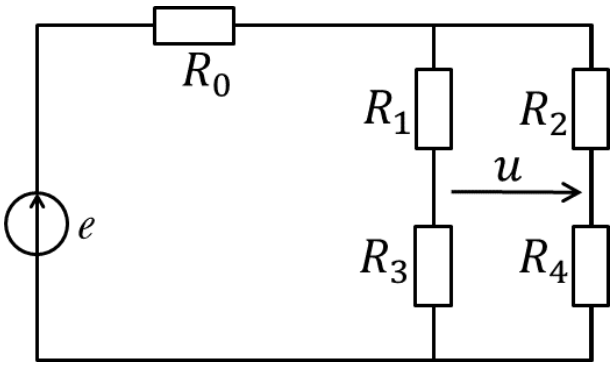


FIGURE 31 –

**I.2** *(MPSI*)* 🕒 *2'*5mn Déterminer l'expression de $u$ en fonction de $e$ et des $R_k$

**II** On plonge 200g de cuivre à $T_i = 300$K, de capacité calorifique massique moyenne sur cette zone de 300J/kg/K dans une grande quantité d'azote liquide en équilibre avec sa vapeur à $P_S = 1$bar. On donne la température et l'enthalpie massique de vaporisation de l'azote à cette pression : $\theta_{vap} = -196°$C et $l_{vap} = 200$kJ/K/kg

**II.1** Déterminer la masse d'azote qui s'est évaporée pour réaliser ce refroidissement

**II.2** *(MPSI*)* Déterminer l'entropie créée lors de cette transformation

**III Une bonne idée sur l'induction**

**III.1** En regardant attentivement votre chargeur de portable, ou en cherchant sur internet, trouver en A.h l'ordre de grandeur de la capacité de la batterie d'un téléphone portable (on se souviendra que les unités peuvent amener à faire un calcul plutôt simple, mais juste...)

**III.2** Sachant qu'un téléphone portable fonctionne via une tension de 5V, évaluer l'énergie contenue dans une batterie de téléphone portable.

Un portable utilisé comme GPS et traceur consomme l'intégralité de sa batterie en quelques heures. On pourrait utiliser une partie de l'énergie musculaire pour maintenir son portable chargé, un peu comme avec une dynamo pour son éclairage.

On appelle pourcentage d'une pente le nombre $x$ telle que $x = \frac{\text{gain en hauteur}}{\text{distance horizontale parcourue}} \times 100$, en pourcents. Les pentes étant en général assez faibles, on assimile la distance horizontale parcourue à la distance parcourue.

**III.3** Donner un ordre de grandeur (on oublie les frottements) de la puissance dépensée pour une pente de $x$ à 20 km/h, pour un cycliste + vélo de 100kg. En déduire la "pente équivalente" à la charge d'un portable.

**IV** **IV.1** Déterminer, en un point de la surface de la Terre de latitude $\lambda$ et de longitude $\varphi$ ($\lambda \in [-90°, +90°]$, $\varphi \in ]-180°, 180°]$, l'accélération due à la rotation de la Terre. Comparer numériquement avec l'accélération de la pesanteur.

**IV.2** *(MPSI*)*Faire de même avec la Lune, avec comme unique donnée le fait que $R_L = \frac{R_T}{3}$, et en considérant que la composition de la Lune est grosso modo la même que celle de la Terre.

**V** Déterminer l'amplitude de $u$ dans le circuit 32 à haute fréquence (on note $E$ l'amplitude de $e$, sinusoïdale)

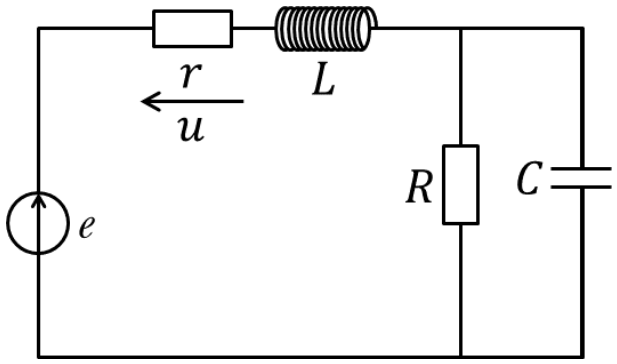


Figure 32 –

# Mercredi - S4

**I** Le produit de solubilité du carbonate de strontium est de $K_s = 5,6.10^{-10}$.

**I.1** Déterminer la solubilité molaire de $SrCO_{3,(s)}$

**I.2** *(MPSI*)*On ajoute à 500mL d'une solution saturée avec 0,01 mol de carbonate de strontium de l'acide chlorhydrique, suffisamment concentré pour négliger les variations de volume. Déterminer la constante de la réaction qui se produit et donner la valeur du pH à la disparition du précipité. On donne les $pK_A$ de $H_2CO_{3,(aq)}$ : 6,3 et 10,3

**II** Dans le circuit de la figure 33, si $R_0 = 50\Omega$, $r = 100\Omega$ et $C = 0,1\mu$F, à quelle condition sur $L$ a-t-on un régime apériodique ?

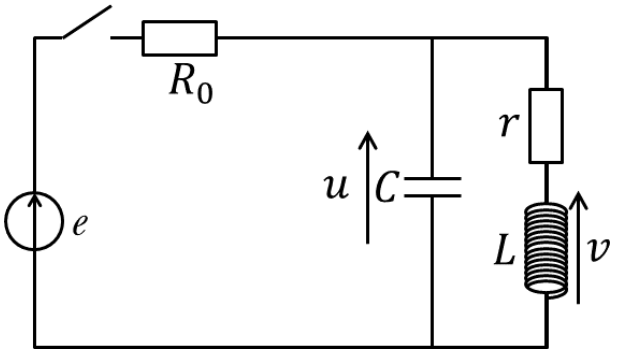


FIGURE 33 –

**III** Un morceau d'acier de capacité calorifique $c = 435$J/K/kg est refroidi à partir de $\theta_1$ =900°C par trempe dans un bain suffisamment grand pour considérer sa température $\theta_2 = 20$C° constante. Expliquer a priori pourquoi cette transformation est irréversible et déterminer la création d'entropie massique $s^c$ durant cette opération.

**IV** Un des premiers cyclotrons construits en 1937 est décrit par wikipedia comme "152 cm, 19 MeV" (on parle de protons, à la fois légers et utiles pour réaliser des réactions nucléaires). Donner la valeur du champ magnétique utilisé (on redémontrera toutes les relations utiles).

**V** On considère une bobine de 200 spires carrées de côté 5cm, et d'épaisseur négligeable. On fait tourner cette bobine à une vitesse angulaire $\Omega$ autour d'une de ses diagonales, repérée par un axe $\overrightarrow{e_z}$. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_x}$, avec $B = 0,5$T. Quelle valeur faut-il donner à $\Omega$ pour que la f.e.m. induite vaille 1,5V ?

# Jeudi - S4

**I** On donne l'équation différentielle suivante :

$$C\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{r+R}{rR}\frac{du}{dt} + \frac{u}{L} = 0$$

Résoudre cette équation différentielle dans le cas apériodique. On donnera la condition sur les diverses grandeurs pour avoir ce régime.

**II** On considère un circuit rectangulaire déformable, constitué de deux rails parallèles suivant la direction $\overrightarrow{e_x}$, distants de $a = 5cm$, d'un côté fixe et d'un côté mobile, parallèles entre eux et perpendiculaires aux rails. Le circuit est dans le plan horizontal, et possède une résistance électrique totale $R = 3\Omega$ majoritairement due au mauvais contact entre le côté mobile et les rails.

Le côté mobile est astreint à se déplacer uniquement selon la direction $\overrightarrow{e_x}$. Il est attaché à un ressort de raideur $k = 0,8\text{N.m}^{-1}$, et possède une masse $m = 10\text{g}$. On repère par $x = 0$ la position d'équilibre, ce qui fait que la force exercée par le ressort s'écrit $\overrightarrow{F} = -kx\overrightarrow{e_x}$. On pourra pour les calculs appeler $b$ la distance entre le côté fixe et l'origine.

L'ensemble est placé dans un champ magnétique vertical $B_0$.

Déterminer la valeur qu'il faudrait donner à $B_0$ pour que le mouvement ne soit plus oscillant. Cette condition est-elle facilement accessible ?

**III** On chauffe de l'air dans une enceinte calorifugée de 5L par une résistance $r = 5\text{k}\Omega$ soumise à une tension de $I = 2\text{A}$. Donner l'évolution de la pression et de la température si initialement $P_0 = 1\text{bar}$ et $T_0 = 300\text{K}$

**IV** On lance à partir avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v}_0$ une balle de masse $M$ au bout d'une ficelle de longueur $l = 50\text{cm}$. On note $O$ l'autre extrémité de la ficelle, point supposé fixe. Le point de lancement est le point le plus bas de la trajectoire, c'est-à-dire le point où $(OM)$ est verticale et où $M$ est en dessous de $O$. Donner la valeur minimale de $v_0$ pour que la ficelle reste tout le temps tendue. Quelle sera alors la vitesse résiduelle au point le plus haut de la trajectoire ?

**V** L'eau oxygénée se décompose en solution aqueuse selon le bilan :

$$\text{H}_2\text{O}_{2,(\text{aq})} \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} + \frac{1}{2}\text{O}_{2,(\text{g})}$$

On part d'une concentration $C_0$ en eau oxygénée, et à chaque date $t_i$, on prélève un volume $V$ de la solution, et on dose immédiatement l'eau oxygénée à l'aide d'une solution de permanganate de potassium de concentration connue $C_1$. On note $V_1(t_i)$ le volume nécessaire pour atteindre l'équivalence, et les mesures sont indiquées dans le tableau suivant :

| $t_i$(s) | 0 | 180 | 360 | 540 | 720 | 900 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_1(t_i)$(mL) | 12,2 | 8,6 | 6,1 | 4,3 | 3,05 | 2,15 |

Expliquer brièvement pourquoi $V_1(t_i)$ est proportionnel à $[\text{H}_2\text{O}_{2,(\text{aq})}](t_i)$, puis déterminer sans (trop) de calculs les valeurs de l'ordre et de $k$.

# Vendredi - S4

**I** On donne le diagramme potentiel pH du fer à 0,1mol/L figure 34

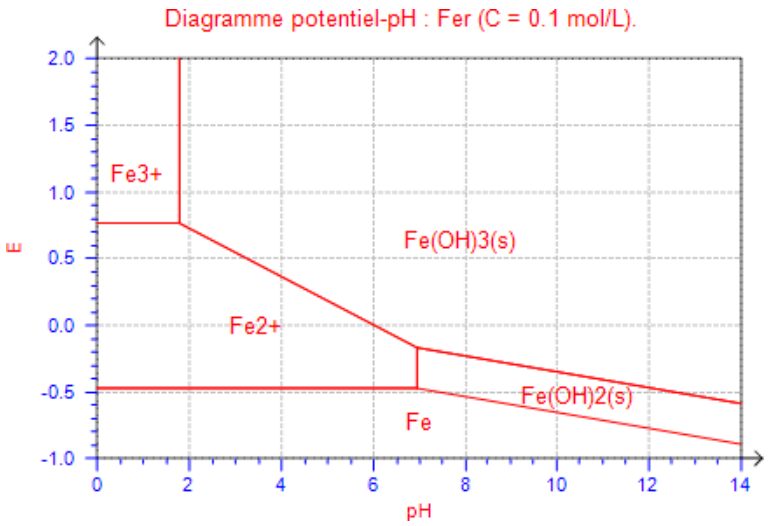


FIGURE 34 –

**I.1** Déterminer le potentiel standard du couple $Fe^{3+}_{(aq)}|Fe^{2+}_{(aq)}$

**I.2** Calculer le $pK_s$ du solide $Fe(OH)_{3,(s)}$

**I.3** Justifier de la pente de la droite séparant $Fe^{2+}_{(aq)}$ et $Fe(OH)_{3,(s)}$

**I.4** *(MPSI*)*En n'utilisant que les résultats des questions précédentes, **par le calcul**, donner le potentiel standard en milieu acide de $Fe(OH)_{3,(s)}|Fe^{2+}_{(aq)}$

**II** Dans le circuit de la figure 35, donner les valeurs de $v(0)$ et de $\frac{dv}{dt}(0)$

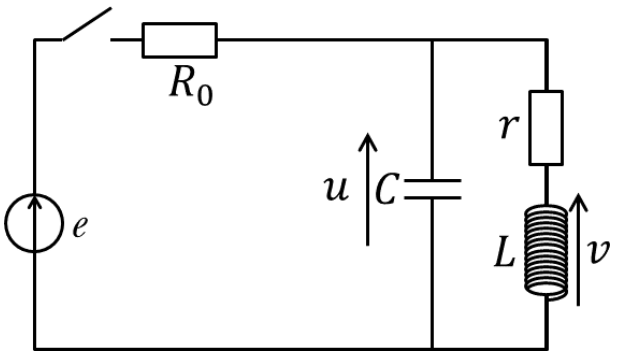


FIGURE 35 –

**III** On photographie à l'aide d'un téléobjectif de focale 200mm un objet situé à 250m, et on utilise un capteur CCD de hauteur×largeur=15mm×22mm. Quelle est la hauteur maximale d'un objet photographiable dans ces conditions ?

**IV** On considère un filtre dont la fonction de transfert vaut $\underline{H} = \frac{1+jx}{1-jx}$, où $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Justifier le nom de déphaseur donné à ce filtre.

**V** *(Un peu d'avance sur le programme de MP)* On considère le *diagramme p-H* de l'éthane figure 36, où :

- les coordonnées sont en abscisse l'enthalpie massique, en kJ/kg et en ordonnée la pression, en bar (échelle logarithmique).
- le dôme de changement d'état, au milieu, avec comme dans un diagramme d'Andrews la phase liquide à gauche et la phase vapeur à droite.
- les isothermes sont représentées complètement en phase vapeur (courbes quasi-verticales), et par le "coin" qu'elles forment à l'entrée dans le dôme liquide-vapeur
- les isentropiques sont représentées sans dicontinuité dans la zone liquide-vapeur et dans la zone vapeur.
- les isotitres (même valeurs de $x_v$) sont représentées à l'intérieur du dôme et convergent toutes vers le point critique.

A titre d'exemple, le point A est à -20°C, à une enthalpie d'environ 130kJ/kg et à une pression d'environ 18 bars.

**V.1** Expliquer pourquoi les isothermes sont horizontales dans la zone liquide-vapeur, et verticales dans la zone liquide (d'où la forme des "coins").

On considère le cycle ABDE représenté figure 36, où sont représentées les isothermes, les isotitres et les isentropiques

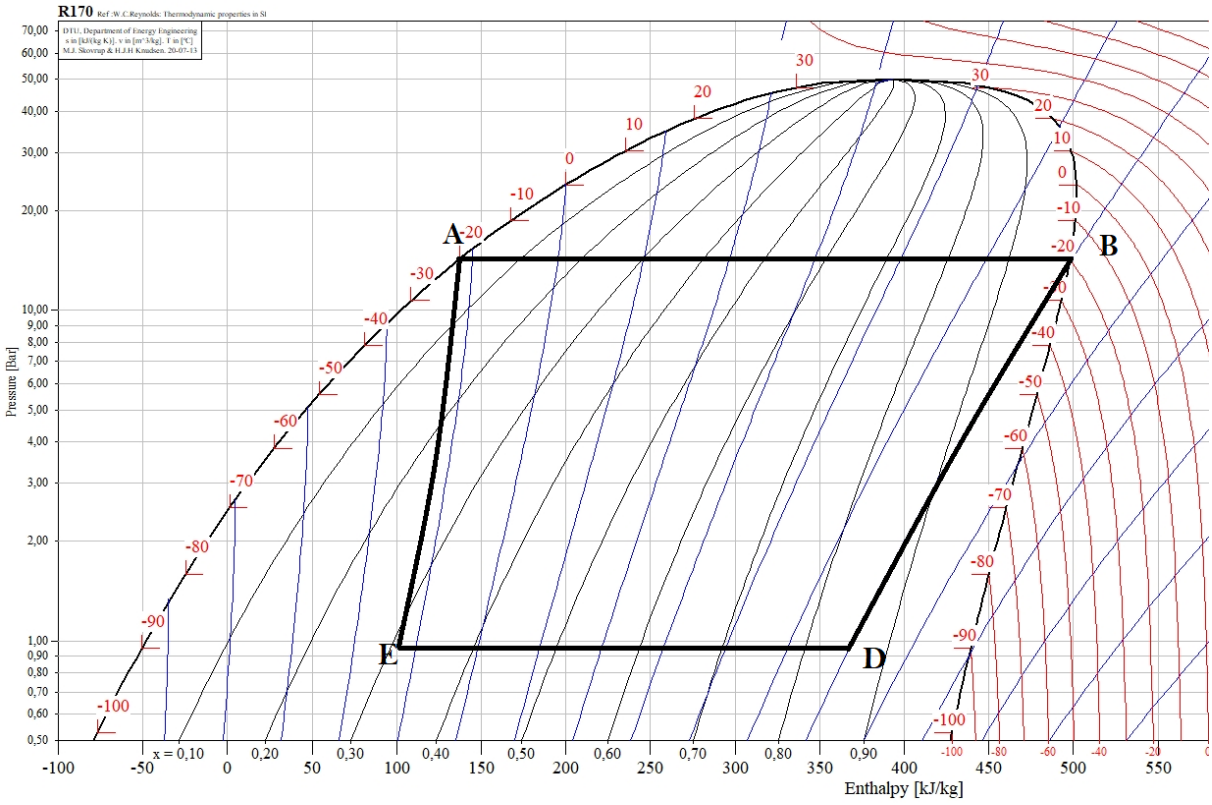


FIGURE 36 –

**V.2** Expliquer pourquoi EA et BD sont des adiabatiques réversibles.

**V.3** En déduire que ce cycle est un cycle de Carnot. Où sont reçues $q_f$ et $q_c$ ?

**V.4** En regardant le signe de $q_f$ et $q_c$, déduire que ce cycle est un moteur.

**V.5** En déduire de deux façons différentes le rendement de ce moteur

**V.6** Déterminer $x_v$ par lecture graphique aux quatre points.

# — Semaine 5 —

*Ne pas oublier de se reporter au préambule*

## Lundi

**I** On considère le circuit de la figure 37

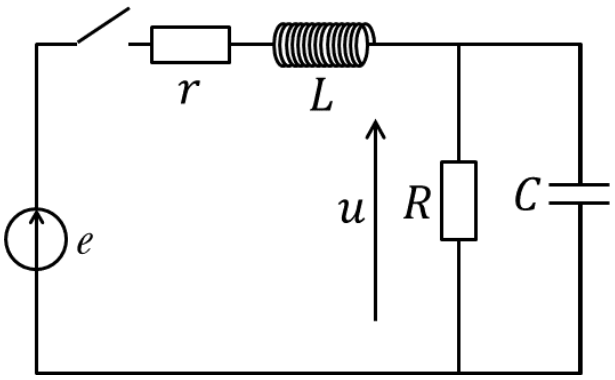


FIGURE 37 –

**I.1** Déterminer $u(0)$

**I.2** Déterminer l'énergie stockée dans la bobine et dans le condensateur quand $t \to +\infty$

**II** La division de Cassini est le "vide" le plus grand séparant les anneaux de Saturne. Cette division est large de 4500km. Quel oculaire minimal (on précisera le sens de "minimal") faut-il choisir pour pouvoir l'observer avec un télescope dont l'objectif a une focale de 1600mm ? (*Rappel : distance Terre-Saturne* $d_{T-Sat} \approx 9,5$u.a.*, avec* $1u.a. = 1,496.10^8$km.

**III** On lâche un cylindre sur un plan incliné faisant un angle $\alpha = 25°$ avec l'horizontale. Le cylindre roule alors sans glissement (i.e.comme une roue de voiture) sur le plan incliné. On note $G$ son centre de gravité, $a = 30$cm son rayon, $M$ sa masse et $\omega$ sa vitesse de rotation. On donne $I = \frac{1}{2}Ma^2$ pour le moment d'inertie du cylindre autour de son axe.

**III.1** *(MPSI*, ou plutôt MP)* Expliquer géométriquement pourquoi $a\omega = v_G$

**III.2** En déduire l'expression de l'énergie cinétique totale (translation+rotation) du cylindre uniquement en fonction de $\omega$, $M$ et $a$.

**III.3** Si le cylindre a parcouru une distance de 5m sur le plan incliné, donner la valeur de $\omega$

**IV** On injecte en entrée du filtre dont le diagramme de Bode est donné figure 38 un signal constitué de la somme de deux tensions sinusoïdales de même amplitude $E$, l'une à 400Hz, l'autre à une fréquence $f_2$.

**IV.1** Expliquer pourquoi on obtient en sortie un signal $s(t) = S_1 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + S_2 \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2)$

**IV.2** Déterminer $S_1$ et $\varphi_1$

**IV.3** Déterminer la valeur minimale à donner à $f_2$ pour qu'en sortie, $S_2$ soit au moins 100 fois plus petite que $S_1$.

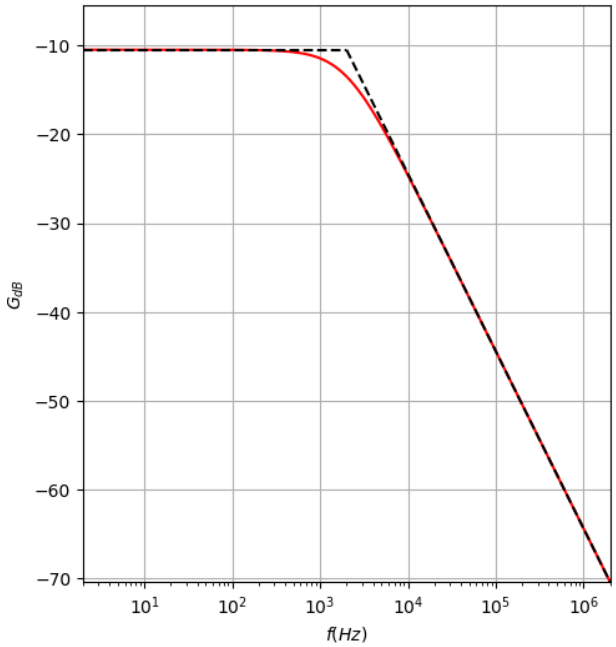


FIGURE 38 –

**IV.4** Que faudrait-il utiliser comme filtre pour avoir un filtrage plus efficace (i.e. une valeur minimale de $f_2$ plus petite) ?

**V** Dans un salon de coiffure, on a deux grands miroirs qui se font face, séparés de 5m. Un client, se regardant dans le miroir juste en face de lui à 1m, voit une multiplicité d'images les unes derrières les autres, de plus en plus petites (ou éloignées...). Donner distance de l'image $n$, l'image 1 étant l'image que l'on voit en premier.

# Mardi - S5

**I** On donne l'équation différentielle suivante :

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + (R+r)\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = I_0$$

avec $R = 5\text{k}\Omega$, $r = 2\text{k}\Omega$, $C = 10\text{nF}$, $L = 35\text{mH}$ et $I_0 = 3\text{A}$

Résoudre cette équation différentielle pour $i(0) = 0$ et $\frac{di}{dt}(0) = 0$

**II** Un cycle de Stirling pour un gaz parfait est constitué de deux isothermes à $T_1$ et $T_2$ et deux isochores à $V_{1,m}$ et $V_{2,m}$ (on considère que les grandeurs indicées 2 sont toujours plus grandes que celles indicées 1). On pose $a = \frac{V_{2,m}}{V_{1,m}}$.

**II.1** Représenter ce cycle en diagramme de Clapeyron

**II.2** Que vaut le rendement de Carnot pour ce cycle ?

**II.3** Exprimer le rendement $\rho$ de ce moteur en fonction de $\rho_c$, $a$ et $\gamma$

**II.4** Pourquoi $\rho < \rho_c$ ? Dans quelles étapes a priori se situent la cause de cette inégalité ?

**III** On trouve pour un circuit le diagramme de Bode de la figure 39. Déterminer l'ordre du filtre, $H_{max}$ et la pulsation de coupure.

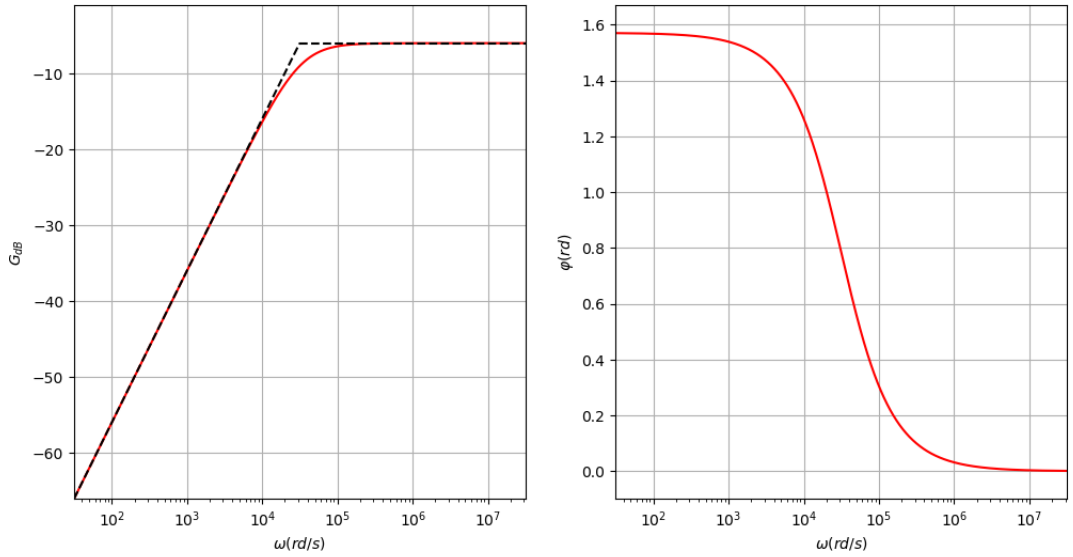


FIGURE 39 –

**IV** On forme l'image d'un objet sur un écran via une lentille de vergence $10\delta$. L'écran est alors à une distance de 15cm de la lentille. Où se situe l'objet ?

**V** Un considère deux circuits, l'un dit primaire où une bobine de résistance interne négligeable et d'inductance propre $L_1$ est alimentée par un générateur sinusoïdal de f.e.m. $e(t) = E_0 \cos \omega t$, avec $E_0 = 220\text{V}$ et $\omega$ telle que la fréquence vaille 50Hz, l'autre dit secondaire, constitué d'une bobine d'inductance propre $L_2$, de résistance interne négligeable et d'une résistance $R_0 = 100\Omega$. On mesure la tension aux bornes de $R_0$.

Les deux circuits sont en influence mutuelle via un coefficient $M$.

**V.1** Déterminer la valeur maximale que $L_2$ pour que le terme en $L_2\omega$ soit dix fois plus petit que $R_0$. Est-ce une valeur raisonnable ?

**V.2** On suppose la condition précédente vérifiée, et on souhaite avoir une puissance de 30W dans la résistance. Donner la valeur du rapport $\frac{M}{L_1}$ qu'il faut avoir pour cela.

# Mercredi - S5

**I** On lit dans une accroche pour un documentaire "Saviez-vous que 50% de l'oxygène de la planète venaient des océans ?". Commentez cette affirmation si on donne la constante de $O_{2,(g)} \rightleftharpoons O_{2,(aq)}$, $K = 1,26.10^{-3}$. On pourra assimiler l'océan à une couronne sphérique de 5km d'épaisseur et l'atmosphère à 40km d'épaisseur, avec $R_T = 6400$km

**II** On considère une bobine torique, constituée d'un enroulement jointif de fil autour d'un tore de section circulaire. On décrit ce tore via des coordonnées cylindriques $(r, \theta, z)$, où $\overrightarrow{e_z}$ est l'axe de révolution du tore.

Montrer par des arguments de symétrie que le champ est purement orthoradial en tout point de l'espace, et que son module est indépendant de $\theta$.

FIGURE 40 –

**III** On peut faire tourner un cylindre autour des axes représentés figure 41. On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre vaut $I_\Delta = \frac{1}{2}mR^2$, où $m$ est sa masse totale et $R$ son rayon.

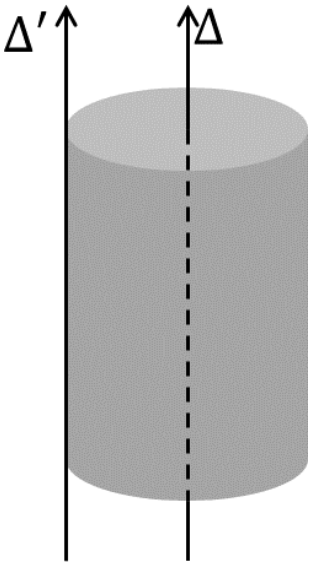


FIGURE 41 –

**III.1** Autour de quel axe est-il le plus "facile" de faire tourner ce cylindre ?

**III.2** Pour une énergie injectée donnée à partir d'une vitesse de rotation initiale nulle, donner le rapport $\frac{\omega}{\omega'}$, où $\omega$ et $\omega'$ sont les vitesse de rotation obtenues en faisant tourner autour de $\Delta$ et autour de $\Delta'$ respectivement.

**IV** On stocke parfois l'hydrogène dans un cristal d'alliage à base de Fer et de Titane, où les atomes de Fer occupent les sommets de la maille cubique et ceux de titane le centre de la maille. On distingue dans cette mailles deux types de sites octaédriques : type A, au milieu de chaque arête et type B, au centre de chaque face. On donne les rayons métalliques du fer $r_{Fe} = 125\text{pm}$, du titane $r_{Ti} = 145\text{pm}$ et de l'hydrogène $r_H = 35\text{pm}$

**IV.1** Calculer le paramètre de maille $a$ de cette structure, en examinant quels sont les atomes en contact.

**IV.2** L'hydrogène occupe la totalité des sites de type B. Donner la formule de l'alliage hydrogéné.

**V** On considère le circuit de la figure 42. Déterminer le temps caractéristique du circuit

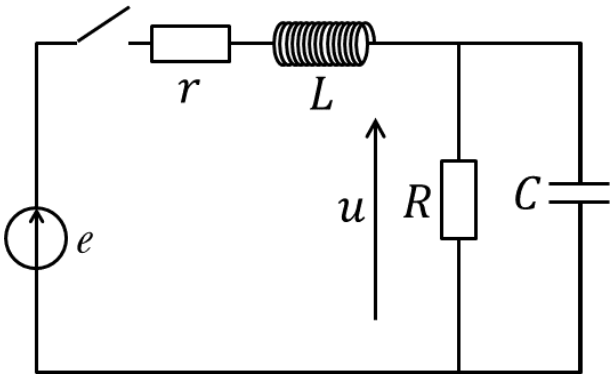


FIGURE 42 –

# Jeudi - S5

**I** Le rayonnement solaire correspond à une puissance reçue de 340W/m$^2$. Calculer la quantité de transpiration qu'il faut évacuer par heure pour réguler cet apport (on supposera que la surface exposée d'un être humain est de l'ordre du m$^2$). On donne l'enthalpie massique de vaporisation à 36°C : $l_v = 2400$kJ/kg

**II** On peut allumer une feuille de papier en interposant entre le papier et le soleil une loupe (qui est une lentille convergence de focale d'environ 10cm, et d'autant de diamètre).

**II.1** Calculer la taille de la tache (diamètre apparent du soleil 30') et la puissance reçue par la tache. On rappelle que la puissance reçue par le soleil sur Terre est d'environ 340W/m$^2$.

**II.2** Combien de temps met-on à enflammer une feuille de papier d'épaisseur 150$\mu$m, dont le point d'auto-ignition est 233°C (ou 451 °F pour les plus littéraires d'entre vous). On donne la capacité thermique du papier : 1500 kJ/kg et sa masse volumique 700kg/m$^3$.

**III** On mélange 5mL d'acide méthanoïque molaire ($HCOOH_{(aq)}$, $pK_a = 3,7$) avec 25mL d'ammoniaque $NH_{3,(aq)}$ 0,1M, (base du couple $NH^+_{4,(aq)}|NH_{3,(aq)}$, $pK_a = 9,2$. Donner l'équation bilan de la réaction qui se produit, sa constante et la composition et le pH du mélange à l'équilibre.

**IV** *(Sans calculatrice)* Déterminer la puissance totale fournie par le générateur dans le circuit 43.

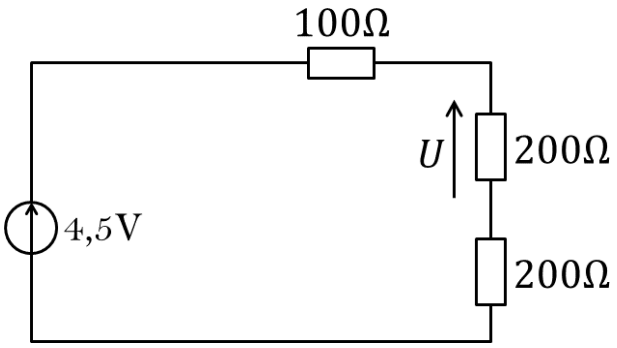


FIGURE 43 –

**V** *(MPSI*)*Un objet sphérique de rayon $a = 5$cm tombe dans le champ gravitationnel supposé uniforme $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{e_z}$, avec $g = 9,81\text{ms}^{-2}$. Il est soumis à une force de frottement $-\mu v\overrightarrow{v}$, avec $\mu = \frac{1}{2}\rho C_z S$, où $S$ est la surface frontale de l'objet (i.e. la section perpendiculaire à $\overrightarrow{e_z}$), $\rho$ la masse volumique de l'air et $C_z = 0,45$ le coefficient de trainée. On suppose que l'objet a atteint, à une date $t = 0$ sa vitesse limite $\overrightarrow{v} = -v\overrightarrow{e_z}$. L'objet est en acier de capacité calorifique $c = 435$J/K/kg, de masse volumique $\rho_a = 8$kg/L et de température de fusion $\theta = 1400$°C.

**V.1** Déterminer numériquement $\rho$ à 1bar et 20°C (on rappelle $M(O_2) = 32$g/mol et $M(N_2) = 28$g/mol), puis $\mu$

**V.2** En déduire la valeur numérique de $v$

L'intégralité de la puissance des frottements est transformée en chaleur, et 80% de cette puissance est absorbée par le solide. Donner le temps nécessaire et la distance parcourue pour que l'objet atteigne sa température de fusion :

- pour la valeur de $v$ trouvée précédemment
- si $v = v_T$, où $v_T$ est la vitesse de déplacement de la Terre autour du soleil, que l'on calculera (on rappelle 1u.a.=150.10$^6$km)

## Vendredi - S5

**I** Déterminer, dans le circuit 44, les amplitudes de $u$, $i_L$, $i_C$ et $i_R$ à haute et basse fréquence (on note $E$ l'amplitude de $e$, sinusoïdale)

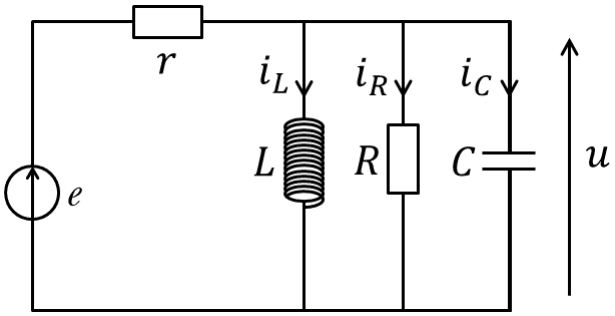


FIGURE 44 –

**II** On donne les paramètres cristallins des mailles cubiques des deux structures cristallines du fer : $a_1 = 0,286$nm pour le fer $\alpha$ (structure cubique centrée, où on a une maille cubique dont les sommets et le centre sont occupés), et $a_2 = 0,356$nm pour le fer $\gamma$ (système cubique faces centrées). Calculer le rayon atomique et la densité du fer dans chacune de ces structures. On donne $M$(Fe) =55,8g/mol.

**III** On considère un signal $e(t) = A\,[\cos(\Omega t) + \cos(\omega t)]$, avec $\Omega = 50$kHz et $\omega = 3$kHz. On souhaite construire un filtre tel qu'en sortie, la composante à $\Omega$ soit d'une amplitude au moins 100 fois plus petite que celle à $\omega$. Donner un exemple de filtre réalisant cela.

**IV** On dépose dans un verre d'eau un glaçon (formé exclusivement d'eau solide) de masse volumique $\rho_g < \rho_e = 1000\text{kg/m}^3$ à la surface de l'eau. On rappelle que la poussé d'Archimède pour un solide dont un volume $V_i$ est immergé dans un fluide de masse volumique $\rho_f$ vaut $\overrightarrow{\Pi} = -\rho_f V_i \overrightarrow{g}$.

**IV.1** Expliquer rapidement par un bilan des forces pourquoi le glaçon flotte et donner la fraction $x$ de volume immergé ($V_i = xV_g$)

On note $h_0$ la hauteur d'eau dans cette situation, et on laisse le glaçon fondre totalement. La hauteur d'eau finale est alors $h_f$.

**IV.2** A-t-on :

1. $h_f < h_0$
2. $h_f = h_0$
3. $h_f > h_0$ ?

**V** L'ozone est thermodynamiquement instable par rapport au dioxygène. Il peut se décomposer en l'absence de catalyseur, suivant la réaction très lente :

$$2O_3 \rightarrow 3O_2 \tag{1}$$

On souhaite étudier la cinétique cette décomposition. On considérera les gaz comme des gaz parfaits.

On note $x$ la concentration en ozone, exprimée en v.p.m. (volume par million, telle qu'une proportion de $10^{-6}$ correspondent à 1v.p.m.), et $y$ celle en dioxygène, dans la même unité. Expérimentalement, on utilise pour déterminer la cinétique de cette réaction les concentrations initiales suivantes, en v.p.m. : $x_0 = 10^4$v.p.m et $y_0 \approx 2.10^5$v.p.m. On mesure l'évolution de la concentration d'ozone au cours du temps. Les résultats sont dans le tableau suivant, où la concentration est donnée en v.p.m. et le temps en minutes. On utilisera ces unités dans l'expression des résultats.

| $t$(min) | 0 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 | 2500 | 5000 | 10.000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x.10^{-3}$(v.p.m) | 10 | 9,9 | 9,8 | 9,1 | 8,3 | 5 | 3,3 | 1,6 | 0,91 | 0,48 |

**V.1** Donner l'expression de la vitesse de la réaction (3) si l'on suppose un ordre $\alpha$ par rapport à l'ozone et $\beta$ par rapport au dioxygène [1] et une constante de vitesse $k$. Exprimer également la vitesse de la réaction en fonction de $\frac{dx}{dt}$.

**V.2** Dans quelle conditions expérimentales s'est on placé ? Montrer alors que la vitesse précédente peut se réécrire sous la forme $v = k_{app}x^{\alpha}$, où on donnera l'expression de $k_{app}$ en fonction de $k$, $y_0$ et $\beta$.

**V.3** Donner la relation entre $x$ et $t$ permettant de déterminer l'ordre et la constante de vitesse de la réaction dans les cas $\alpha = 1$ ou $\alpha = 2$.

**V.4** A l'aide des données expérimentales et de la question précédente, déterminer $\alpha$, et donner la valeur de $k_{app}$.

**V.5** Donner l'expression du temps de demi-réaction en fonction de $k_{app}$. Que vaut-il dans les conditions de l'expérience ?

**V.6** Pour modéliser la haute atmosphère, on prendra comme pression initiale en ozone $P_i = 10$mPa et en oxygène $P_0 = 10^3$Pa. Donner la proportion en ozone dans l'atmosphère dans ces conditions en v.p.m (on rappelle que l'air est composé de 20% d'oxygène et on supposera que la concentration de l'air vaut $10^6$v.p.m).

**V.7** Que vaudrait alors le temps de demi-réaction pour la proportion en ozone dans l'atmosphère déterminée précédemment ? Commentez cette durée par rapport à la stabilité de l'ozone dans l'atmosphère selon ce mécanisme.

1. Même si le dioxygène est un produit de la réaction, on peut, formellement, définir un "ordre" par rapport au dioxygène de la même façon que l'on définit un ordre pour un réactif.